Rovnice, které lze převést na rovnice se separovanými proměnnými

1. $y' = \cos(x-y)$

2. $y' = \sin(x+y)$

3. $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$

4. $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$

5. $xy' = y \log \frac{y}{x}$

6. $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$

7. $(x^2+y^2)y' = 2xy$

8. $y' = \frac{2x-y+1}{x-2y+1}$

9. $y' = \frac{2(y+2)^2}{(x+y-1)^2}$

10. $y' = \frac{y^2-x}{2y(x+1)}$

– –

Výsledky. **1.** Substituce $y = x - z$, řešení $y(x) = x - 2k\pi$, $x \in \mathbf{R}$, $k \in \mathbf{Z}$, $y(x) = x - 2\operatorname{arccotg}(-x-c) - 2k\pi$, $x \in \mathbf{R}$, $k \in \mathbf{Z}$ pro $c \in \mathbf{R}$. **2.** Substituce $y = z - x$, řešení $y(x) = -x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $x \in \mathbf{R}$, $k \in \mathbf{Z}$, $y(x) = \begin{cases} -x - 2\operatorname{arctg}(1+\frac{2}{x+c}) + 2k\pi, & x \in (-\infty,-c) \\ -x + \pi + 2k\pi, & x = -c \\ -x - 2\operatorname{arctg}(1+\frac{2}{x+c}) + 2\pi + 2k\pi, & x \in (-c,+\infty) \end{cases}$, $k \in \mathbf{Z}$ pro $c \in \mathbf{R}$.
V příkladech **3.** až **7.** použijte substituci $y = xz$. **3.** $y(x) = -x$, $x \in (-\infty,0)$ nebo $x \in (0,+\infty)$, $y(x) = 2x$, $x \in (-\infty,0)$ nebo $x \in (0,+\infty)$, $y(x) = x\frac{2+cx^3}{1-cx^3}$ na intervalech $(-\infty,0)$, $(0,\frac{1}{\sqrt[3]{c}})$, $(\frac{1}{\sqrt[3]{c}},0)$ pro $c > 0$ a na intervalech $(-\infty,\frac{1}{\sqrt[3]{c}})$, $(\frac{1}{\sqrt[3]{c}},0)$, $(0,+\infty)$ pro $c < 0$ **4.** $y(x) = x\sqrt{2(\log|x|+c)}$ na $(-\infty,-e^{-c})$ nebo $(e^{-c},+\infty)$, $y(x) = -x\sqrt{2(\log|x|+c)}$ na $(-\infty,-e^{-c})$ nebo $(e^{-c},+\infty)$ **5.** $y(x) = ex$, $x \in (-\infty,0)$ nebo $x \in (0,+\infty)$, $y(x) = xe^{1+cx}$, $x \in (-\infty,0)$ nebo $x \in (0,+\infty)$ pro $c \in \mathbf{R}\backslash\{0\}$ **6.** $y(x) = -x\log(-\log|x|-c)$, $x \in (-e^{-c},0)$ nebo $x \in (0,e^{-c})$ pro $c \in \mathbf{R}$. **7.** $y(x) = 0$ na $\mathbf{R}$, $y(x) = x$ a $y(x) = -x$ na $\mathbf{R}$, $y(x) = \frac{c\pm\sqrt{c^2+4x^2}}{2}$, $x \in \mathbf{R}$ pro $c \in \mathbf{R}\setminus\{0\}$. **8.** a **9.**: Substitucí $x = X + A$, $y = Y + B$ převést na předchozí typ. **8.** $y_{1,2}(x) = \frac{x+\frac{1}{3}}{2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{4c}{(x+\frac{1}{3})^2} - 3}\right) + \frac{1}{3}$, $x \in (-\sqrt{\frac{4c}{3}},0)$ nebo $x \in (0,\sqrt{\frac{4c}{3}})$ pro $c > 0$. **9.** $y(x) = -2$, $x \in (-\infty,3)$ nebo $x \in (3,+\infty)$, ostatní řešení jsou zadána implicitně rovností $\log|y+2| + 2\operatorname{arctg}\frac{y+2}{x-3} = c$, $c \in \mathbf{R}$. **10.** Substitucí $y^2 = z$ převést na předchozí typ. $y_{1,2}(x) = \pm\sqrt{(x+1)(-\log|x+1|+c) - 1}$ pro $c \in \mathbf{R}$ a taková x, že výraz dává smysl.