

Rovnice se separovanými proměnnými

Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$y' = \frac{y^2}{x^2}.$$

Krok 1. Jakým předpisem je definována funkce h ? Co je její definiční obor? Na jakých maximálních intervalech I hledáme řešení?

Krok 2. Jak je definována funkce g ? Určete její nulové body. Najděte singulární řešení.

Krok 3. Na jakých maximálních otevřených intervalech J je funkce g spojitá a nenulová?

Krok 4. Vydělte rovnici $g(y)$ a integrujte obě strany. [Vyjde $\frac{1}{y} = \frac{1}{x} - c$ pro $x \in I$ a $y \in J$.]

Krok 5. Vyjádřete y v závislosti na x . Jaké intervaly může probíhat x , aby $y(x)$ náleželo do některého intervalu z kroku 3? Proveďte diskuzi v závislosti na hodnotách c .

Krok 6. Je možné některá řešení nalepit? Vypište všechna maximální řešení. [Je jich 10 „typů“.]

Další úkoly. Najděte maximální řešení procházející bodem $[1, \frac{1}{2}]$. Která maximální řešení jsou na svém definičním oboru omezená? [Celkem 4 „typy“.]