

## 6. série domácích úloh z Algebry

Řešení odevzdávejte do úterý 28. května 24:00.

*Pokud někde v řešení použijete nějakou větu z přednášky, nezapomeňte to explicitně uvést a ověřit předpoklady! K dokazování existence automorfismů můžete používat tvrzení 25.2.*

**Úloha 1** (5 bodů). Najděte minimální polynom prvku  $\alpha = \sqrt{2} - \sqrt[4]{2}$  nad tělesy

- (a)  $\mathbb{Q}$ ,
- (b)  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ ,
- (c)  $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2})$ .

Obsahuje těleso  $\mathbb{Q}(\alpha)$  nějaké podtěleso  $\mathbf{V}$ , pro něž  $[\mathbf{V} : \mathbb{Q}] = 3$ ?

**Úloha 2** (5 bodů). Buď  $\mathbf{U}$  rozkladové nadtěleso polynomu  $x^3 - 3x^2 + 3x + 1$  nad tělesem  $\mathbb{Q}$  (všimněte si, že je jeho kořenem  $1 - \sqrt[3]{2}$ ). Určete, které známé grupě je izomorfní Galoisova grupa  $\mathbf{Gal}(\mathbf{U}/\mathbb{Q})$ .