Domácí úlohy ze samoopravných kódů

2021/22

Domácích úkolů bude zadáno celkem 8 za 50 bodů a k získání zápočtu z nich bude třeba získat aspoň 25 bodů.

1. (odevzdejte do 9.11.) Popište všechny (i nelineární) binární 1-perfektní MDS kódy.

4 body

2. (odevzdejte do 9.11.) Popište nějaký nelineární binární kód délky 8, nosnosti $\frac{1}{2}$ a vzdálenosti 4. Dokažte, že kód, který z každého (lineárního i nelineárního) kódu s takovými parametry dostanete odstraněním jedné souřadnice (tj. propíchnutím) je perfektní. (Návod: využijte Příklad 3.9 z přednášky.)

5 bodů

3. (odevzdejte do 23.11.) Zkonstruujte těleso o 27 prvcích (nejlépe v reprezentaci $\mathbb{F}_3(\alpha)$ pro kořen α vhodného polynomu). Popište všechna jeho podtělesa a množiny všech prvků grupy $\mathbb{F}_{27}^*$ stejných řádů.

4 body

4. (odevzdejte do 23.11.) Nechť $\alpha_i \in \mathbb{E}_{(n)} \subseteq (\mathbb{F}_{q^r})_{(n)}$ (tj.$\alpha_i^n = 1$) a označme m_i minimální polynom prvku α_i nad tělesem $\mathbb{F}_q$ a $m_{i,r}$ minimální polynom prvku α_i nad tělesem $\mathbb{F}_{q^r}$ pro $i = 1, \ldots, s$. Pro $f = \mathrm{nsn}_i(m_{i,r}) \in \mathbb{F}_{q^r}[x]$ a $g = \mathrm{nsn}_i(m_i) \in \mathbb{F}_q[x]$ uvažujme cyklické kódy $\mathcal{C}(g) \subseteq \mathbb{F}_q^n$ a $\mathcal{C}(f) \subseteq \mathbb{F}_{q^r}^n$. Dokažte, že $\mathcal{C}(g) = \mathbb{F}_q^n \cap \mathcal{C}(f)$.

6 bodů

5. (odevzdejte do 14.12.) Určete generující matici binárního Reedova-Mullerova kódu $\mathcal{R}(4,1)$, kde Booleovské funkce $\mathbf{c} \to f(\mathbf{c})$ reprezentujme slovem $f(\mathbf{c}_0)\ldots f(\mathbf{c}_{15})$ pro čtveřice cifer $\mathbf{c}_i \in \mathbb{F}_2^4$ představující binární zápis čísla i. Najděte Booleův polynom p, aby $\Phi(p) = 100\ldots001$ (tj 1 jen jako první a poslední cifra).

6 bodů

6. (odevzdejte do 14.12.) Napište algoritmus pro výpočet koeficientů f_i váhového polynomu $\sum_{i=0}^{23} f_i x^i$ perfektního kódu s parametry $[23, 12, 7]_2$. Funkčnost algoritmu zdůvodněte a koeficienty vypočtěte (návod viz skripta Aleše Drápala Samoopravné kódy).

8 bodů

7. (odevzdejte do 4.1.) Pro abstraktní konvoluční kódovač (K, δ, λ) nad tělesem $\mathbb{F}_5$ se stavovou a výstupní funkcí $\delta(\mathbf{s}, \mathbf{u}) = \mathbf{s}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \mathbf{u}\begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$, $\lambda(\mathbf{s}, \mathbf{u}) = \mathbf{s}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \mathbf{u}\begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$ najděte fyzickou realizaci (K, G), určete vnější stupeň matice G a nakreslete realizaci kódovače obvodem.

8 bodů

8. (odevzdejte do 4.1.) Pro polynomiální generující matici $G \in \mathbb{F}^{k \times n}$ konvolučního kódu dokažte, že G je základní, právě když $\forall \mathbf{u} \in \mathbb{F}(D)^k$ platí $\mathbf{u}G \in \mathbb{F}[D]^n \Rightarrow \mathbf{u} \in \mathbb{F}[D]^k$.

9 bodů