

1. TAYLORŮV POLYNOM

Nalezňte Taylorův polynom k -tého řádu v bodě 0 pro funkce:

- | | |
|---------------------------------|------------------------------|
| 1. $\operatorname{tg} x, k = 4$ | 2. $\cos(\sin x), k = 5$ |
| 3. $\sin(\sin x), k = 6$ | 4. $\sin(1 - \cos x), k = 3$ |

Nalezňte Taylorův polynom třetího řádu pro danou funkci v daném bodě.

- | | |
|------------------------|----------------------------------|
| 5. $x \log x, \quad 1$ | 6. $\sin x, \quad \frac{\pi}{2}$ |
|------------------------|----------------------------------|

Spočtěte limity pomocí Taylorových polynomů:

- | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$ | 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$ |
| 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$ | 10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$ |
| 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2} \quad (a > 0)$ | 12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - x^2 \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) \right)$ |
| 13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[6]{x^6 + x^5} - \sqrt[6]{x^6 - x^5} \right)$ | |
| 14. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{3/2} \left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x} \right)$ | |
| 15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(x^3 - x^2 + \frac{x}{2} \right) e^{1/x} - \sqrt{x^6 + 1} \right)$ | |

Pro každou z následujících limit najděte $n \in \mathbb{N}$ takové, aby limita byla konečná a nenulová.

- | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\sin x) - \sin(\operatorname{tg} x)}{x^n}$ | 17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^x - 1}{x^n}$ |
| 18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos(\operatorname{tg} x)}{x^n}$ | 19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - (1+x)^{\frac{1}{x}}}{x^n}$ |
| 20. Najděte $a, b \in \mathbb{R}$, aby $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - (a+b \cos x) \sin x}{x^4} = 0$. | |
| 21. Najděte $a, b \in \mathbb{R}$, aby $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - a \sin x - b \operatorname{tg} x}{x^4} = 0$ a spočtěte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - a \sin x - b \operatorname{tg} x}{x^5}$. | |

Nalezňte racionální čísla aproximující uvedená čísla s chybou menší, než je předepsáno.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 22. $\sqrt{e}, \quad 10^{-2}$ | 23. $\sqrt{5}, \quad 10^{-3}$ |
|-------------------------------|-------------------------------|

VÝSLEDKY A NÁVODY

- | | | | | |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------|------------------------------------------------------|
| 1. $x + \frac{1}{3}x^3$ | 2. $1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4$ | 3. $x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{10}x^5$ | 4. $\frac{1}{2}x^2$ | 5. $x - 1 + \frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{1}{6}(x-1)^3$ |
| 6. $1 - \frac{1}{2}(x - 1/2\pi)^2$ | 7. $-\frac{1}{12}$ | 8. $\frac{1}{3}$ | 9. 0 | 10. $\frac{1}{3}$ |
| 11. $\log^2 a$ | 12. $\frac{1}{2}$ | 13. $\frac{1}{3}$ | | |
| 14. $-\frac{1}{4}$ | 15. $\frac{1}{6}$ | 16. $n = 7$, limita je rovna $\frac{1}{30}$ | 17. $n = 2$, limita je rovna 1 | 18. $n = 4$,
limita je rovna $\frac{1}{3}$ |
| 19. $n = 1$, limita je rovna $\frac{e}{2}$ | 20. $a = \frac{4}{3}, b = -\frac{1}{3}$ | 21. $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$ | | |
| 16. $n = 7$, limita je rovna $\frac{1}{30}$ | | | | |
| 17. $n = 2$, limita je rovna 1 | | | | |
| 18. $n = 4$, limita je rovna $\frac{1}{3}$ | | | | |
| 19. $n = 1$, limita je rovna $\frac{e}{2}$ | | | | |
| 20. $a = \frac{4}{3}, b = -\frac{1}{3}$ | | | | |
| 21. $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$ | | | | |