

APLIKACE URČITÉHO INTEGRÁLU

Vypočtěte obsahy následujících rovinných ploch vymezených křivkami zadanými v kartézských souřadnicích.

1. $ax = y^2, ay = x^2$

2. $y = x^2, x + y = 2$

3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

4. $y = e^{-x} |\sin x|, y = 0, x \geq 0$

Vypočtěte délky následujících křivek.

5. $f(x) = \frac{1}{2}x^2, x \in [0, 1]$

6. $y = x^{3/2}, x \in [0, 4]$

7. $y^2 = 2px, x \in [0, x_0]$

8. $y = e^x, x \in [0, x_0]$

9. $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \log y, y \in [1, e]$

10. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ (astroida)

VÝSLEDKY

1. $\frac{a^2}{3}$ 2. 2 3. πab 4. $\frac{1}{2} \operatorname{cotgh} \frac{\pi}{2}$ 5. $\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2} \log(\sqrt{2} - 1)$ 6. $\frac{8}{27}(10\sqrt{10} - 1)$

7. $2\sqrt{x_0(x_0 + \frac{p}{2})} + p \log \frac{\sqrt{x_0} + \sqrt{x_0 + \frac{p}{2}}}{\sqrt{\frac{p}{2}}}$ 8. $x_0 - \sqrt{2} + \sqrt{1 + e^{2x_0}} - \log \frac{1 + \sqrt{1 + e^{2x_0}}}{1 + \sqrt{2}}$ 9. $\frac{e^2 + 1}{4}$

10. $6a$