

## Výsledky příkladů

### Cvičení 11

- $f_{U_1 U_2}(u) = \log \frac{1}{u}$  pro  $0 < u < 1$   
 $f_{U_1/U_2}(u) = \begin{cases} 1/2 & \text{pro } 0 < u < 1 \\ 1/(2u^2) & \text{pro } u > 1 \end{cases}$
- $f_{WZ}(w, z) = \frac{1}{2\sqrt{zw}} \mathbb{I}\{w \in (0, 1), 0 \leq z \leq w\}$   
 $f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{z}} - 1$  pro  $0 < z < 1$
- $f_Z(z) = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt{z}}(\sqrt{8} - 1) & \text{pro } 0 < z < 1/2 \\ \frac{1}{3z^2} - \frac{1}{3\sqrt{z}} & \text{pro } 1/2 < z < 1 \end{cases}$
- $f_Z(z) = \max(0; 1 - |z - 1|)$
- $P(X = k | X + Y = n) = \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^k \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^{n-k}$
- $E(X | X - Y) = \frac{1 + X - Y}{2}$
- $f_{Y_1}(y_1) = \frac{y_1^{n-1}(1-y_1)^{n-1}}{B(n, n)}$  pro  $0 < y_1 < 1$  a nula jinak
- $f_{\mathbf{W}}(u, v) = \frac{1}{2uv}$   
pro  $\frac{1}{v} < u < e^2 v$ , kde  $1/e < v < 1$  a  
pro  $v < u < \frac{e^2}{v}$ , kde  $1 < v < e$
- (a) S pravděpodobností  $\frac{1}{2}$  je  $Z = 0$  a s pravděpodobností  $\frac{1}{2}$  je  $Z$  náhodná veličina s hustotou  $f_Z(z) = 2z \log \frac{1+\sqrt{1-z^2}}{z} \mathbb{I}\{z \in (0, 1)\}$ . Dá se také říct, že  $Z$  má hustotu  $z \log \frac{1+\sqrt{1-z^2}}{z} \mathbb{I}\{z \in (0, 1)\} + \frac{1}{2} \mathbb{I}\{z = 0\}$  vzhledem k míře  $\mu = \lambda + \delta_0$ , kde  $\delta_0$  je Diracova míra v bodě 0.  
(b)  $\pi/12$