Výsledky příkladů
Cvičení 9

1. exponenciální rozdělení s parametrem θ

2. $f_Y(y) = \frac{1}{b} \mathrm{e}^{-\frac{y-a}{b}} \mathrm{e}^{\mathrm{e}^{-\frac{y-a}{b}}}$ pro $y \in \mathbb{R}$

3. (a) $f_Y(y) = \frac{1}{(y-d)\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{ -\frac{\left[\log(y-d)-\mu\right]^2}{2\sigma^2} \right\}$ pro $y > d$, jinde je $f_Y(y) = 0$ (posunuté logaritmicko normální rozdělení)

   (b) $\mathsf{E}Y = d + \mathrm{e}^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$, $\mathsf{Var}\, Y = \mathrm{e}^{2\mu+\sigma^2}(\mathrm{e}^{\sigma^2} - 1)$

4.
$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \leq -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{\arcsin(y)}{\pi}, & y \in (-1,1), \\ 1, & y \geq 1. \end{cases}$$

   $f_Y(y) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$, pro $y \in (-1,1)$, jinde $f_Y(y) = 0$.
   $\mathsf{E}Y = 0$, $\mathrm{med}(Y) = F_Y^{-1}(\frac{1}{2}) = 0$.

5. $f_Y(y) = \frac{\mathrm{e}^{a\,y}}{B(a,b)\,(1+\mathrm{e}^y)^{a+b}}$, $y \in \mathbb{R}$.

6. $f_Y(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \mathrm{e}^{-\frac{y^2}{2}}$, pro $y > 0$ jinde $f_Y(y) = 0$.

7. $f_Y(y) = \frac{1}{3\sqrt{y}}\, \mathbb{I}_{(0,1)}(y) \;+\; \frac{1}{6\sqrt{y}}\, \mathbb{I}_{[1,4)}(y)$, $y \in \mathbb{R}$.

8. $\mathsf{P}(Y=-1) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-1}}{(4+8k)!}$, $\mathsf{P}(Y = -\frac{\sqrt{2}}{2}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-1}}{(3+8k)!} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-1}}{(5+8k)!}$,
   $\mathsf{P}(Y=0) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-1}}{(2+4k)!}$, $\mathsf{P}(Y = \frac{\sqrt{2}}{2}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-1}}{(1+8k)!} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-1}}{(7+8k)!}$,
   $\mathsf{P}(Y=1) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-1}}{(8k)!}$.

9. Poissonovo rozdělení s parametrem $\lambda_1 + \lambda_2$.

10. $\mathsf{P}(Z=n) = p_1 p_2 \frac{(1-p_2)^{n+1} - (1-p_1)^{n+1}}{p_1 - p_2}$ pro $p_1 \neq p_2$.
    $\mathsf{P}(Z=n) = p^2(1-p)^n(n+1)$ pro $p_1 = p_2 = p$.
    V obou případech $n = 0, 1, 2, \ldots$