

## Výsledky příkladů

### Cvičení 8

1. (a)  $c = 24$   
(b)  $f_X(z) = 12z(1-z)^2\mathbb{I}\{z \in (0, 1)\} = f_Y(z)$ , nejsou nezávislé  
(c)  $P(X > Y) = 1/2$   
(d)  $\text{Cov}(X, Y) = -\frac{2}{75}$ ,  $\text{Var}(X) = \frac{1}{25} = \text{Var}(Y)$   
(e)  $E\left(\frac{1}{XY}\right) = 12$   
(f)  $f_{Y|X}(y|x) = \frac{2y}{(1-x)^2}\mathbb{I}\{y \in (0, x)\}$  pro  $x \in (0, 1)$ . Pro  $x \notin (0, 1)$  není podmíněná hustota definována.  
(g)  $E(Y|X) = \frac{2}{3}(1-X)$   
(h)  $\int_0^1 \frac{2}{3}(1-x)f_X(x)dx = \frac{2}{5}$   
(i)  $\text{Var}(Y|X) = \frac{1}{18}(1-X)^2$
2. (a)  $c = 6/7$   
(b)  $E(Y|X = x) = \frac{2}{3}x$  pro  $x \in (1, 2)$ , jinak nedefinováno.  $E(Y|X) = \frac{2}{3}X$   
(c)  $E(YX^3) = \frac{254}{49}$ ,  $E(YX^3|X) = \frac{2}{3}X^3$
3.  $\text{Var}(\mathbf{Z}) = \begin{pmatrix} \frac{3}{80} & \frac{1}{80} \\ \frac{1}{80} & \frac{3}{80} \end{pmatrix}$   
 $P(X + Y < 1) = \frac{1}{2}$
4.  $E(Y|X) = X$   
 $\text{Var}(Y|X) = X^2$   
 $\text{Var}(Y) = \frac{29}{12}$
5. (a)  $F_{X_*}(x) = 1 - (1 - F_X(x))^n$   
(b)  $F_{X^*}(x) = F_X(x)^n$   
(c)  $f_{X_*}(x) = n(1 - F_X(x))^{n-1}f_X(x)$ ,  $f_{X^*}(x) = n(F_X(x))^{n-1}f_X(x)$   
(d)  $E(X_*) = \lambda n$