

## 2. cvičení

### Nezávislost, podmíněná pravděpodobnost, Bayesův vzorec

1. Házíme dvěma pravidelnými kostkami.
  - (a) Jaká je pravděpodobnost, že padla šestka za podmínky, že celkový součet je 8?
  - (b) Jsou jevy [padla šestka] a [celkový součet je 8] nezávislé?
  - (c) Jaká je pravděpodobnost, že padla šestka na 1.kostce za podmínky, že padla šestka alespoň na jedné kostce?
2. Házíme dvěma kostkami. Nechť jev  $A$  značí, že na první kostce padlo liché číslo, jev  $B$ , že na druhé kostce padlo sudé číslo a jev  $C$ , že součet hodnot na obou kostkách je lichý. Jsou tyto náhodné jevy nezávislé? Jsou po dvou nezávislé?
3. Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. Dlouhé vlasy nosí 80 % dívek a 10 % chlapců.
  - (a) Náhodně vybereme jednoho studenta a ten má dlouhé vlasy. Jaká je pravděpodobnost, že je to děvče?
  - (b) Nechť navíc 90 % dívek a 5% chlapců nosí náušnice. Přičemž 72 % dívek má dlouhé vlasy i náušnice a žádný chlapec nenosí náušnice i dlouhé vlasy zároveň. Jsou jevy „náušnice“ a „dlouhé vlasy“ nezávislé? Jsou nezávislé podmíněně, když zkoumáme pouze děvčata?
4. Do evropské kvalifikace mezinárodní soutěže v pojídání knedlíků se přihlásilo 25 % Čechů, čtvrtinu tvořili Slováci, pětina byla Němců a zbytek pocházel odjinud z Evropy. Pravděpodobnost, že se Čech kvalifikuje je 0,5, Slováků se kvalifikují v průměru dvě pětiny, německý jedlík se kvalifikuje v 30 % případů a příslušníci ostatních národů mají šanci jedna pětina.
  - (a) Určete pravděpodobnost, že se náhodně vybraný jedlík kvalifikuje.
  - (b) Jaká je pravděpodobnost, že jedlík, který se kvalifikoval, je Čech?
  - (c) Jaká je pravděpodobnost, že jedlík, který se nekvalifikoval, nepochází z Česka ani ze Slovenska?
5. Kocourkovští obyvatelé mluví v sudých týdnech pravdu s pravděpodobností  $\frac{2}{3}$  a v týdnech lichých pouze s pravděpodobností  $\frac{1}{5}$ . Vy jste se vydali do Kocourkova navštívit vyhlášenou kocourkovskou restauraci U Bludného kamene, abyste ochutnali zdejší specialitu Tajemství kočičí pracky. Ovšem přesné místo, kde se restaurace nachází, znají jen místní, a tedy Vám nezbývá, než se někoho zeptat na cestu. Podle jeho popisu se skutečně do restaurace dostanete. Jaká je pravděpodobnost, že je zrovna lichý týden? Jaká je pravděpodobnost, že je sudý týden, když jste podle popisu do restaurace nedorazili?
6. První narozené dítě z dvojčat je chlapec. Jaká je pravděpodobnost, že i druhé dítě bude chlapec, víme-li, že pravděpodobnost dvou chlapců je  $p$ , dvou dívek  $q$  a u smíšených dvojčat je pravděpodobnost, že se první narodí chlapec stejná, jako že se první narodí děvče.
7. Při vypisování pokut za špatné parkování si strážník vždycky odkládá pendrek na střechu auta. Pravděpodobnost, že na každém jednotlivém autě pendrek zapomene (za předpokladu, že s ním k autu přišel) je 0,2. Na služebnu pak dorazí bez pendreku. Ten den vypsál 3 pokuty. Jaká je pravděpodobnost, že ho zapomněl na posledním autě?
8. Nechť  $A, B$  jsou neslučitelné (disjunktní) jevy. Jsou jevy  $A$  a  $B$  nezávislé?
9. Nechť  $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$  jsou po dvou disjunktní jevy a  $P(B) > 0$ . Dokažte, že

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n | B\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n | B).$$

10. Nechť  $P(A) > 0$ ,  $P(B) > 0$ . Pomocí  $P(A|B)$ ,  $P(A)$  a  $P(B)$  vyjádřete  $P(B|A)$ .