

Domácí úkol č. 8 k přednášce NMAG112: Lineární algebra 2

letní semestr 2022/2023

Datum odevzdání **úterý 18.4.2023, 10:40**

(8.1) Matice lineárního operátoru f na \mathbb{R}^{10} vzhledem k bázi $B = (\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_{10})$ je matice v Jordanově tvaru s třemi buňkami příslušnými vlastnímu číslu 0, první velikosti 6, druhá velikosti 3 a třetí velikosti 1. Pro každé $i, j \in \mathbb{N}$ určete dimenzi a najděte pomocí báze B nějakou bázi prostoru

$$(\text{Ker } f^i) \cap (\text{Im } f^j).$$

(8.2) Uvažujme pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

lineární operátor f_A na reálném vektorovém prostoru \mathbb{R}^3 . Najděte všechny roviny U , pro které platí, že $f_A(U) = U$ a v každé z těchto rovin najděte takovou bázi B_U , aby matice zúženého lineárního operátoru $[f_A|_U]_{B_U}^{B_U}$ byla Jordanova matice.

Nápověda: Využijte tvrzení o vlastních číslech operátorů zúžených na invariantní podprostory (sekce 9.4.10). Musí být báze B_U podposloupností báze, ve které má f_A Jordanův tvar? Pro výpočty vlastních čísel a vlastních vektorů můžete použít WolframAlpha.