

Domácí úkol č. 7 k přednášce NMAG112: Lineární algebra 2

letní semestr 2022/2023

Datum odevzdání **úterý 11.4.2023, 12:20**

(7.1) Vyřešte pro každé celé n reálný spojité dynamický systém

$$\begin{pmatrix} u_1'(x) \\ u_2'(x) \\ u_3'(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} u_1(x) \\ u_2(x) \\ u_3(x) \end{pmatrix}$$

s počátečními podmínkami $u_i(0) = i$ pro $i = 1, 2, 3$. (Značení: $A^n = (A^{-1})^{|n|}$ pro záporná n).

Nápověda: Využijte toho, že vlastní vektory regulární matice A tvoří vlastní vektory každé její mocniny A^n . (Přečtěte si část 9.3.6 skript.)

(7.2) Označme \mathbf{V} vektorový prostor všech reálných polynomů stupně nejvýše 2 s běžnými operacemi. Lineární operátor ϕ na \mathbf{V} je definovaný vztahem $\phi(p) = 2p' + x^2p''$ (p' značí derivaci, p'' druhou derivaci; všechny polynomy jsou v proměnné x). Najděte matici J v Jordanově tvaru a bázi B prostoru \mathbf{V} tak, aby $[\phi]_B^B = J$.

Nápověda: Začněte tím, že najdete matici operátoru ϕ vzhledem k nějaké bázi prostoru \mathbf{V} .

Poznámka: Není třeba ověřovat, že ϕ je skutečně lineární operátor.