

# Domácí úkol č. 5 k přednášce NMAG112: Lineární algebra 2

letní semestr 2022/2023

Datum odevzdání **pátek, 24.3.2023, 10:40**

(5.1) Nechť  $\mathbf{T}$  je těleso,  $a \in T$  a  $A$  je čtvercová matice řádu  $n$  nad tělesem  $\mathbf{T}$  taková, že součet prvků v každém sloupci je roven  $a$ . Dokažte, že pak  $a$  je vlastním číslem matice  $A$ .

**Nápověda:** Řešte nejprve pro  $a = 0$ : nahlédněte, co podmínka říká o řešení homogenní soustavy  $A^T \mathbf{x} = \mathbf{o}$  a přečtěte si Pozorování 9.13. Obecný případ pak můžete převést na případ  $a = 0$ .

(5.2) Najděte nějakou reálnou čtvercovou matici  $A$  řádu 3, která současně splňuje následující dvě podmínky.

- $A$  má vlastní číslo  $-1$  a vlastní vektory příslušné tomuto vlastnímu číslu tvoří podprostor

$$\{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$$

- $A$  má vlastní číslo 2 a  $(1, 1, 1)^T$  je vlastní vektor příslušný tomuto vlastnímu číslu.

**Nápověda:** Uvažujte operátor  $f_A$ . Zvolte bázi tak, aby matice operátoru  $f_A$  vzhledem k této bázi byla co nejjednodušší a dala se snadno vykukat ze zadání. Pak ji převedte do kanonické báze.