

# Domácí úkol č. 4 k přednášce NMAG112: Lineární algebra 2 letní semestr 2022/2023

Datum odevzdání **pátek, 17.3.2023, 10:40**

(4.1) Proveďte třírozměrnou regresi: zadanými body  $(x_i, y_i, z_i)$  v prostoru  $\mathbb{R}^3$  proložte rovinu

$$z = ax + by + c$$

tak, aby byl součet čtverců  $\sum_i (z_i - (ax_i + by_i + c))^2$  minimální. Uvažujte body

$$(0, 0, 2), (1, 0, 3), (0, 1, 4), (1, 1, 4), (1, -1, 4), (-1, 1, 3).$$

*Poznámka:* Výslednou soustavu tří lineárních rovnic tří neznámých můžete dořešit nějakým softwarem.

(4.2) Přečtěte si úlohu ze sekce 2.1.3 o řízení pohybu tělesa na přímce. Aplikujte stejný postup na následující parametry:

- počáteční pozice je 0, počáteční rychlost je 0,
- koncová pozice je  $s$  metrů, koncová rychlost je  $v \text{ ms}^{-1}$ ,
- máte k dispozici 4 kroky po 1 sekundě.

Sestavte rovnice, jejichž řešením jsou síly, kterými je potřeba působit, a uvažujte řešení s minimální energií, tj. s minimální normou. Odpovězte následující otázky.

- Jaké jsou optimální síly  $x_1, \dots, x_4$  pro hodnoty  $s = 10$ ,  $v = 10$ ?
- Pro jaké parametry  $s, v$  vyjde síla ve všech časových úsecích stejná?

*Poznámka:* Modelem situace může být například čtyřstupňová raketa, která má zasáhnout cíl ve vzdálenosti  $s$  rychlostí  $v$ , přičemž každý stupeň má hořet 1s. Síla tahu je daná množstvím paliva v daném stupni, jehož spotřebu (a tedy hmotnost rakety) chceme minimalizovat. Ano, není to úplně realistický model, který by řešili inženýři, ale asi si dovedete představit, že od toho nejsme daleko.