

# Domácí úkol č. 11 k přednášce NMAG112: Lineární algebra 2

letní semestr 2022/2023

Datum odevzdání **pátek 12.5.2023, 10:40**

(11.1) Uvažujte reálnou matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}.$$

V závislosti na parametru  $a \geq 0$  najděte reálnou matici  $B$  hodnosti nejvýše 1 takovou, že  $\|A - B\|$  je co nejmenší. Napište explicitně hodnotu  $\|A - B\|$ .

(11.2) Pro matici  $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  nad tělesem  $\mathbb{Z}_5$

(a) najděte matici  $P$ , pro kterou  $P^T A P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

(b) dokažte, že neexistuje žádná matice  $Q$ , pro kterou  $Q^T A Q = I_3$ .

**Nápověda:** (a) Využijte toho, že v tělese  $\mathbb{Z}_5$  je prvek  $-1 = 4$  čtvercem, a proto můžeme symetrickými úpravami diagonální matice měnit na diagonále znaménko. (b) Uvažujte determinant obou stran rovnice. Která čísla v tělese  $\mathbb{Z}_5$  jsou ještě čtvercem?