

Cvičení 9

Přípravy posílejte v jednom dokumentu ve formátu pdf do **25.4.2021 23:59** na email fstrakos@karlin.mff.cuni.cz. Cvičení je doporučeno řešit v malých skupinkách, ale řešení píše každý sám a sepsaná řešení již nesdílejte. Úlohy, jejichž řešení považujete za kompletní a správné, prosím, viditelně označte. K řešení, prosím, přiložte svoji přezdívku.

Ať K je nekonečné a algebraicky uzavřené těleso.

1. Ať $F, G \in K[x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}]$ jsou formy, $f, g \in K[x_1, x_2, \dots, x_n]$. Dokažte, že

(a) $(FG)_* = F_*G_*$,

(b) $(fg)^* = f^*g^*$,

(c) pro d nejvyšší takové, že x_{n+1}^d dělí F , platí $x_{n+1}^d(F_*)^* = F$,

(d) $x_{n+1}^m(f+g)^* = x_{n+1}^k f^* + x_{n+1}^l g^*$, kde $k = \deg(g)$, $l = \deg(f)$, $m = k + l - \deg(f+g)$

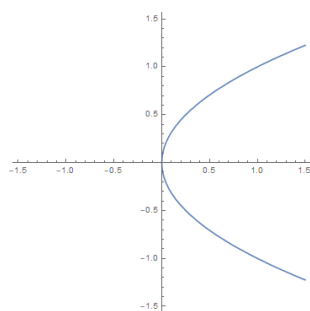
2. Určete body v nekonečnu následujících křivek. Zde $K = \mathbb{C}$, nezapomeňte na imaginární body.

(a) $f = y^2 - x$,

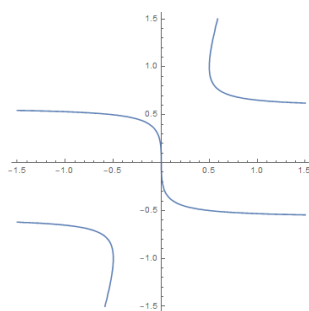
(b) $f = y^3 - 3xy^2 + x$,

(c) $f = y^3 + x^3 - x^2 - y^2 + 3x^2y + 3xy^2 + 2xy$,

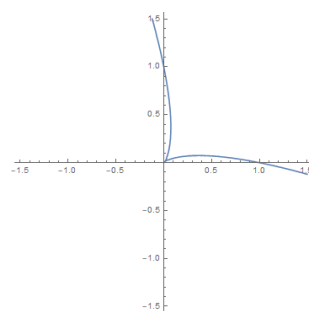
(d) $f = (y^2 + x^2)^2 - 2(x^2 - y^2)$.



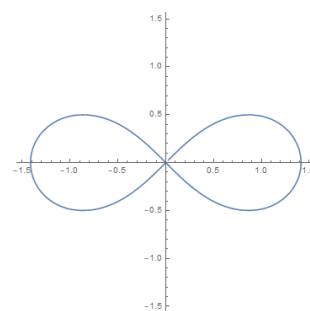
(a)



(b)



(c)



(d)

3. Spočítejte projektivní nuly polynomu $f = xyz^2 + yz^3 - x^2z - 2xyz - y^2z + x + y$.

4. Spočítejte projektivní nuly polynomů $f = x^2 + y^2 - z^2$, $g = yz - x^2 + z^2$ popište průnik křivek určených danými polynomy a nakresli situaci v $A^2(\mathbb{R})$. Zde uvažte kanonickou identifikaci $A^2(\mathbb{C})$ s (Zariski otevřenou) podmnožinou $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ pomocí $(a, b) \mapsto [a : b : 1]$.

Hint: Dehomogenizace v poslední složce se bude hodit.