

Cvičení 11

Přípravy pošlete v jednom dokumentu ve formátu pdf do **10.5.2021 23:59** na email fstrakos@karlin.mff.cuni.cz. Cvičení je doporučeno řešit v malých skupinkách, ale řešení píše každý sám a sepsaná řešení již nesdílejte. Úlohy, jejichž řešení považujete za kompletní a správné, prosím, viditelně označte. K řešení, prosím, přiložte svoji přezdívku.

Ať K je nekonečné a algebraicky uzavřené těleso.

1. Ať $I = (f)$ je ideál, $f \in K[x_1, \dots, x_n]$. Pak $I^* = (f^*)$.
Ukažte, že pro ideál $I = (f_1, f_2)$, $f_1 = y - x^2$, $f_2 = z - x^3$, platí $zw - xy \in I^*$, ale $zw - xy \notin (f_1^*, f_2^*)$.
2. Ať $X \subseteq Y \subseteq \mathbb{P}^n$ jsou projektivní variety, X je nadplocha. Pak $Y = X$ nebo $Y = \mathbb{P}^n$.
3. Ukažte, že pro každý radikálový ideál $I \subseteq K[x_1, \dots, x_{n+1}]$ platí $(\sqrt{I^*})_* = I$.
4. Určete projektivní uzávěr komplexní jednotkové kružnice v \mathbb{C}^2 .