Cvičení 10

Přípravy posílejte v jednom dokumentu ve formátu pdf do **3.5.2021 23:59** na email fstrakos@karlin.mff.cuni.cz Cvičení je doporučeno řešit v malých skupinkách, ale řešení pište každý sám a sepsaná řešení již nesdílejte. Úlohy, jejichž řešení považujete za kompletní a správné, prosím, viditelně označte. K řešení, prosím, přiložte svoji přezdívku.

Ať K je nekonečné a algebraicky uzavřené těleso.

1. Rozmyslete si všechna cvičení a pozorování z přednášky.
   (Mimo jiné dokažte, že $\exists d$ takové, že ideál I obsahuje všechny $x_i^d \iff I$ obsahuje všechny formy dostatečně velkého stupně, viz zápisky strana 50.)

2. Ukažte, že je-li I homogenní ideál, pak $\sqrt{I}$ je také homogenní. Ukažte, že naopak to neplatí.

3. Nechť l_1 a l_2 jsou dvě přímky v $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ takové, že mají prázdný průnik, a $P \in \mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ je bod, který neleží ani na jedné ze zadaných přímek. Ukažte, že existuje jednoznačně určená přímka l taková, že prochází bodem P a navíc $l \cap l_1 = \emptyset$ a $l \cap l_2 = \emptyset$.
   Hint: Uvědomte si, že ! Tvrzení na straně 49 zápisků zadává bijekci mezi množinou projektivních algebraických množin a afinních kuželů v afinním prostoru dimenze o jednu větší. Potom vzpoměňte na LA, jmenovitě na větu o součtu a průniku podprostorů.