Domácí úkoly 3, do 31.1.2021 23:59

Uložte ve formátu PDF na google drive a pošlete odkaz na `fstrakos@karlin.mff.cuni.cz` Pokud píšete rukou, vyrobte dobře čitelnou kopii – vřele doporučuji aplikaci AdobeScan.

1. (3 body) Je prvek $\sqrt[6]{6\sqrt{6}+\sqrt[6]{6}}$ celistvý nad $\mathbb{Z}$?
2. (6 bodů) Buď P prvoideál v okruhu R a I, J vlastní ideály v R. Dokažte

   a) $\sqrt{I} \subset P$, právě když $I \subset P$.

   b) $\sqrt{I+J} = \sqrt{\sqrt{I}+\sqrt{J}}$.
3. (4 body) Dokažte, že $f = y^2+x^2(x-1)^2 \in \mathbb{R}[x, y]$ je ireducibilní polynom (pořádně!), ale množina $V(f) \subset \mathbb{R}^2$ je reducibilní. Napište ireducibilní rozklad.
4. (12 bodů) Uvažujte obor $\mathbb{Z}[\sqrt{-10}]$.

   a) Spočtěte všechny ideály norem 2, 3, 11.

   b) Který z předchozích výpočtů implikuje, že obor $\mathbb{Z}[\sqrt{-10}]$ není gaussovský (a proč)?

   c) Rozložte ideál $(2+2\sqrt{-10}, -10+\sqrt{-10})$ na součin prvoideálů.