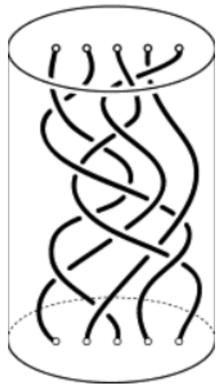
Domácí úlohy 4.

odevzdat do 31.5. ve formě PDF na stanovsk@karlin.mff.cuni.cz

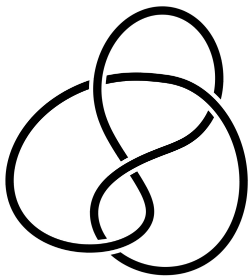
Úkoly můžete řešit ve dvojici, v takovém případě odevzdávejte jedno řešení se dvěma podpisy. Oba uveďte přezdívku, pod kterou uvidíte výsledky na webu.

1. (4 body) Napište následující copánek jako složení elementárních copánků. Jak vypadá odpovídající permutace v kanonickém homomorfismu $B_5 \to S_5$? (Definice a značení viz komentář k videu o copánkové grupě.)



2. (6 bodů) Napište fundamentální grupu (a) objektu, který sestává z hran krychle, (b) objektu, který sestává ze stěn krychle, (c) krychle.

3. (5 bodů) Napište Wirtingerovu prezentaci fundamentální grupy osmičkového uzlu (viz obrázek). Lze tuto grupu generovat dvěma prvky? Jedním prvkem?



4. (5 bodů) Vezměte kruh a slepte středově symetrické body na hranici (tj. pokud vezmeme kruh o poloměru 1 se středem v $(0,0)$, slepíme právě body (a,b) a $(-a,-b)$, kde $a^2+b^2=1$). *(Nesnažte se lepit kus papíru, to je marné. Kreslete placaté obrázky jako pro torus a Kleinovu lahev.)* Výsledný prostor má fundamentální grupu izomorfní $\mathbb{Z}_2$. Konkrétně, zvolme bázový bod e na hranici kruhu. Napište mi, které cesty budou ekvivalentní triviální cestě a které ne, zdůvodněte proč součin dvou netriviálních cest lze zkontrahovat do bodu (stačí neformálně, rozkreslete animaci). *Návod:* průměr kruhu je cesta.

Taky si můžete rozmyslet, že právě popsaný prostor je totéž jako reálná projektivní rovina, čili $\pi_1(P^2\mathbb{R}) = \mathbb{Z}_2$.