Domácí úlohy 1.

odevzdat do 16.3. 12:20

osobně přednášejícímu nebo PDF na stanovsk@karlin.mff.cuni.cz

Úkoly můžete řešit ve dvojici, v takovém případě odevzdávejte jedno řešení se dvěma podpisy. Oba uveďte přezdívku, pod kterou uvidíte výsledky na webu.

1. (5 bodů) Pomocí rozkladu ve vhodném rozšíření najděte všechna celočíselná řešení diofantické rovnice $x^2 + 4 = y^3$, kde x je liché.

2. (5 bodů) V dvoupatrovém úřadě v Kocourkově sídlí 20 úředníků, v každém patře 10, a ředitel. Úřad smí vydat rozhodnutí s kulatým razítkem, je-li přítomno aspoň 5 úředníků z 1. patra a 3 z 2. patra, nebo aspoň 2 z 1. patra, 8 z 2. patra a ředitel. Navrhněte schéma sdílení klíče k sejfu s kulatým razítkem. (Podobnost s Magistrátem hlavního města Prahy je čistě náhodná.)

3. (5 bodů) Na závodech se sešli sportovci z pěti kontinentů, z každého kontinentu po jednom zástupci v každé z pěti disciplín. Nakreslete nějaké rozestavení sportovců do čtverce 5×5, kde v každém řádku a každém sloupci bude po jednom sportovci z každého kontinentu a každé disciplíny. Lze to udělat tak, aby na diagonále byli všichni sportovci ze stejného kontinentu?

4. (5 bodů) Buď $(a_{i,j})_{i,j \in I}$, $(b_{i,j})_{i,j \in I}$ MOLS na množině X. Buď $(u_{k,l})_{k,l \in J}$, $(v_{k,l})_{k,l \in J}$ MOLS na množině Y. Definujeme dvě matice $((a_{i,j}, u_{k,l}))_{(i,k),(j,l) \in I \times J}$ a $((b_{i,j}, v_{k,l}))_{(i,k),(j,l) \in I \times J}$ na množině $X \times Y$ (jde o matice velikosti $|X| \cdot |Y|$). Ověřte, že jsou tyto matice latinskými čtverci a že jsou vzájemně ortogonální.