

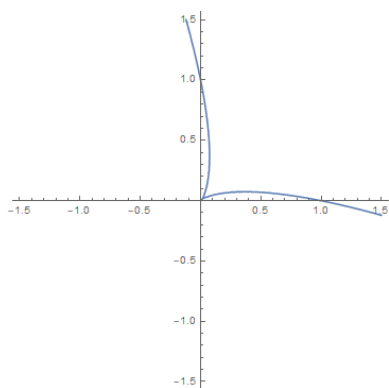
## Cvičení 7 k přednášce v 6. týdnu

Řešení nasdílejte přes google drive/pošlete na email [j.vrablikov@gmail.com](mailto:j.vrablikov@gmail.com) nejpozději **5. 4. 2020**.

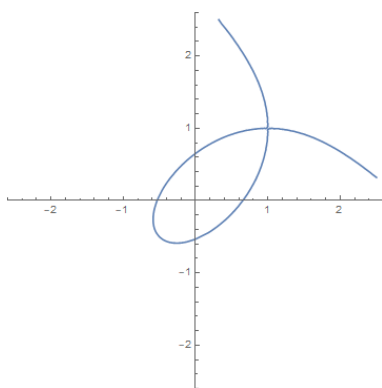
V případě, že budete řešit příklady ve skupinkách (což doporučuju), uveďte jména a přezdívky všech zúčastněných. Za každý odevzdaný příklad je 1 bod, hodnotí se snaha, ne správné řešení. Pokud si řešením některého příkladu nejste jisti, připište číslo příkladu do emailu a příklad vám opravím. Jinak bohužel není možné hodnotit příklady jinak, než odevzdal/neodevzdal.

Pokud si s nějakým příkladem nevíte rady dříve, než těsně před deadline, ozvěte se!

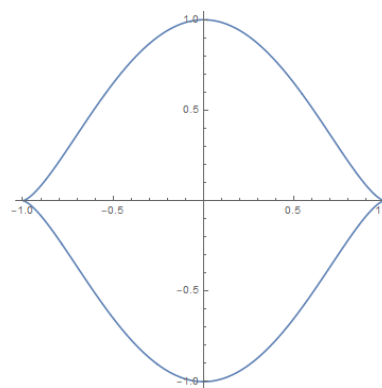
1. Z následujících křivek si vyberte 4 a určete jejich jednoduché a násobné body nad tělesem  $\mathbb{R}$ . Vyberte si nějaký jednoduchý bod a spočítejte v něm tečnu. Určete tečny ve všech násobných bodech. Alespoň jednu z křivek si vyberte takovou, že její násobné body neleží v počátku.



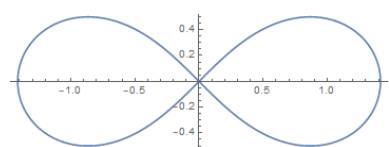
(a)  $f = y^3 - y^2 + x^3 - x^2 + 3xy^2 + 3x^2y + 2xy$



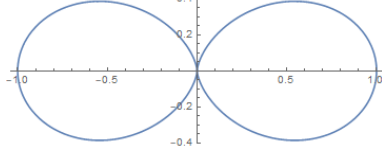
(b)  $f = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 3xy + 1$



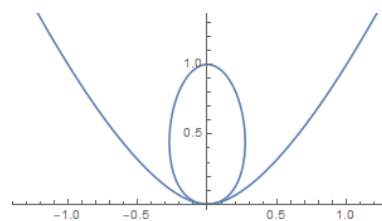
(c)  $f = y^2 - (1 - x^2)^3$



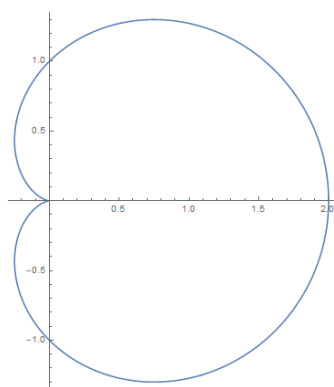
(d)  $f = (y^2 + x^2)^2 - 2(x^2 - y^2)$   
*lemniscate of Bernoulli*



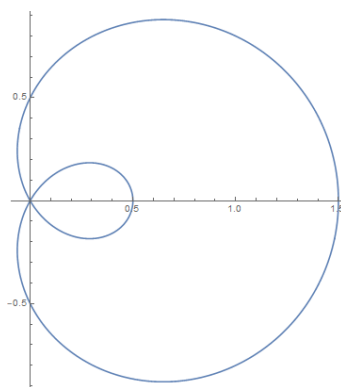
(e)  $f = (y^2 + x^2)^3 - x^4$   
*double egg*



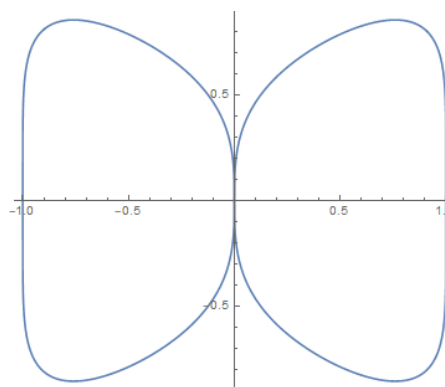
(f)  $f = y^3 - (y - 2x^2)^2$



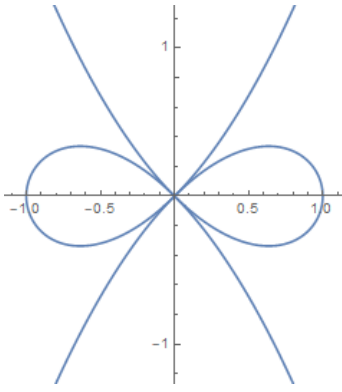
(g)  $f = (y^2 + x^2 - x)^2 - (x^2 + y^2)$



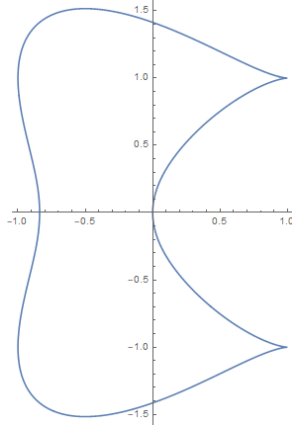
(h)  $f = (y^2 + x^2 - x)^2 - \frac{1}{4}(x^2 + y^2)$



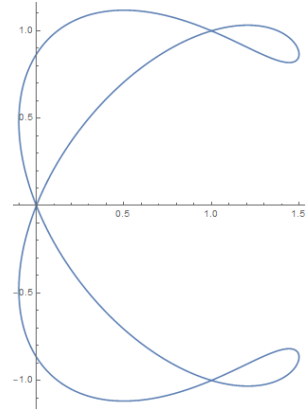
(i)  $f = x^6 + y^6 - x^2$   
*butterfly curve*



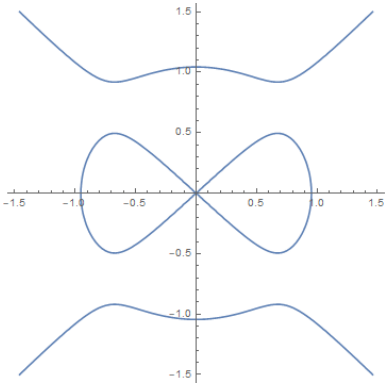
(a)  $f = (y^2 + x^2)x^4 - (x^2 - y^2)^2$   
bow tie curve



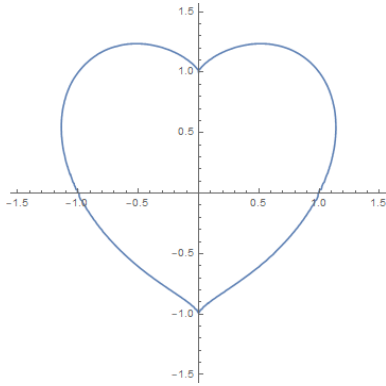
(b)  $f = (x^2 - 1)(x - 1)^2 + (y^2 - 1)^2$



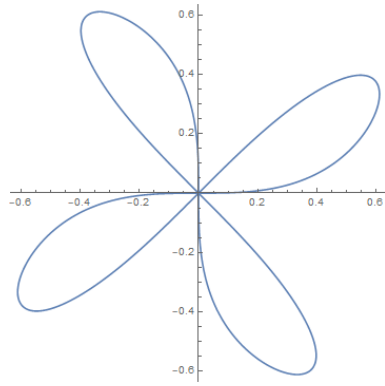
(c)  $f = (y^2 - x^2)(x - 1)(2x - 3) - 4(x^2 + y^2 - 2x)^2$



(d)  $f = x^4 - y^4 - \frac{1}{10}x^2 + \frac{19}{10}y^2$   
devil's curve



(e)  $f = (x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2y^3$   
heart curve



(f)  $f = (y^6 + x^6) - xy(x^2 - y^2)$   
boat propeller

(Soustu dalších hezkých křivek najdete zde:

<https://www.mathcurve.com/courbes2d.gb/algebric/algebric.shtml>)

2. Ať  $K = \overline{K}$ . Je-li rovinná křivka  $f$  forma stupně  $n$ ,  $P \in V(f)$  bod násobnosti  $n$ , pak je  $f$  sjednocením  $n$  (ne nutně různých) přímek.
3. Ukažte, že ireducibilní rovinná křivka má pouze konečně mnoho násobných bodů.