

## Cvičení 13 k přednášce ve 12. týdnu

Pokud chcete, řešení nasdílejte přes google drive/pošlete na email [j.vrablikov@gmail.com](mailto:j.vrablikov@gmail.com).

Ať  $K$  je nekonečné a algebraicky uzavřené těleso.

1. Dokažte (bez použití Bézoutovy věty), že každé dvě (různé) kružnice se v projektivní rovině protínají čtyřikrát (včetně násobnosti).
2. Pro následující projektivní křivky určete všechny singulární body, jejich násobnosti a tečny v těchto bodech

(a)  $f = xy^4 + yz^4 + xz^4$ ,

(b)  $f = x^2y^3 + x^2z^3 + y^2z^3$ .

3. Spočtěte křížící čísla projektivních křivek v daných bodech.

(a)  $f = y^2z - x(x - 2z)(x + z)$ ,  $g = y^2 + x^2 - 2xz$ ,  $P = [0 : 0 : 1]$ ,

(b)  $f = (x^2 + y^2)z + x^3 + y^3$ ,  $g = x^3 + y^3 - 2xyz$ ,  $P = [1 : -1 : 0]$ .

4. Najděte všechny průsečíky následujících projektivních křivek a určete jejich násobnosti.

(a)  $f = x^2 - y^2$ ,  $g = x^2 - y^2 - 1$ ,

(b)  $f = y - x^2 + 1$ ,  $g = x^2 + y^2 - 1$ .