

Výsledky příkladů

Cvičení 4

1. Distribuční funkce a kvantilová funkce jsou uvedeny v tabulkách

x	$x < 1$	$x \in [1, 2)$	$x \in [2, 3)$	$x \in [3, 4)$	$x \geq 4$
$F(x)$	0	0,2	0,5	0,8	1

x	$x \in (0, 0,2]$	$x \in (0,2, 0,5]$	$x \in (0,5, 0,8]$	$x \in (0,8, 1]$
$F^{-1}(x)$	1	2	3	4

2. Náhodná veličina určující počet děvčat v rodině má binomické rozdělení $\text{Bi}(4, 0,48)$. Střední hodnota je $\mathbb{E}X = 1,92$, distribuční funkce je uvedena v tabulce

x	$x < 0$	$x \in [0, 1)$	$x \in [1, 2)$	$x \in [2, 3)$	$x \in [3, 4)$	$x \geq 4$
$F(x)$	0	0,073	0,343	0,717	0,947	1

3. $a = 2$, $\mathbb{E}X = \frac{2}{3}$, $\text{Var } X = \frac{1}{18}$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & x \in (0, 1), \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

4. (a) $c = \frac{1}{2}$,
(b)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}(1 - \cos x), & x \in (0, \pi), \\ 1, & x \geq \pi. \end{cases}$$

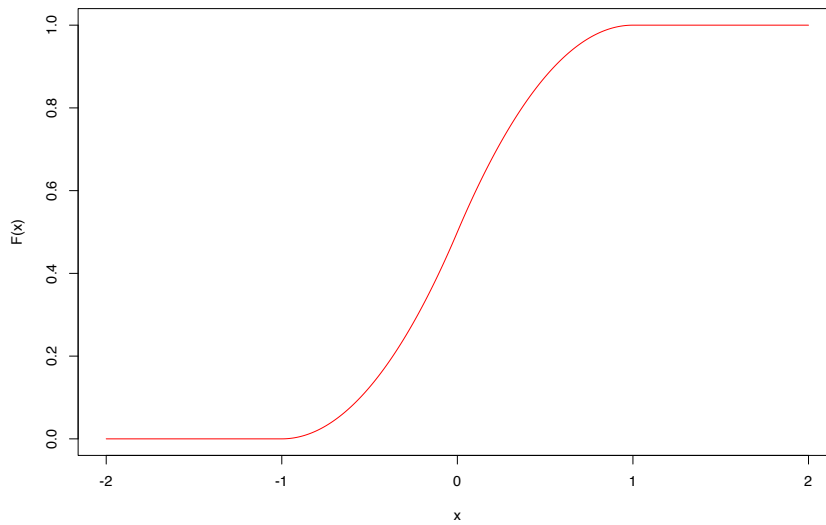
(c) $\mathbb{P}[X \in (\pi/4, \pi/2)] = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $\mathbb{P}[X > \pi/6] = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$, $\mathbb{P}[X \in \{\pi/4, \pi/2, \pi/8\}] = 0$.

(d) $F^{-1}(u) = \arccos(1 - 2u)$, $u \in (0, 1)$

(e) $\mathbb{E}X = \frac{\pi}{2}$, $\text{Var } X = \frac{\pi^2}{4} - 2$.

5. (a) $c = 1$,
(b)

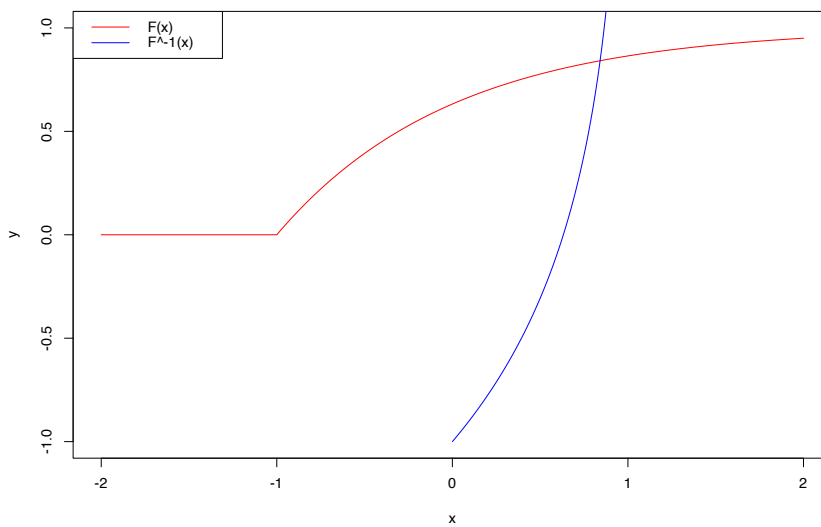
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ x + \frac{1+x^2}{2}, & x \in (-1, 0], \\ x + \frac{1-x^2}{2}, & x \in (0, 1), \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$



(c) $P[X \in (-3/10, 7/10)] = 0,71$, $P[X < 2/5] = 0,82$.

(d) $\mathbb{E}X = 0$, $\text{Var } X = 1/6$.

6. $f(x) = e^{-x-1}$, $x \geq -1$; $f(x) = 0$ jinak.



7. (a) $a > 1$, $c = a - 1$. Pro $a > 2$ je $\mathbb{E}X = \frac{a-1}{a-2}$, pro $a \in (1, 2)$ je $\mathbb{E}X = \infty$.

(b) $c = \frac{1}{\pi}$, $a \in \mathbb{R}$. Toto rozdělení se nazývá Cauchyho a nemá ani střední hodnotu ani rozptyl.

8. (a) $\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1} \frac{1}{6}$ pro $k = 1, 2, \dots$

(b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{1}{6}$ pro $k = 0$, $\left(\frac{5}{9}\right)^k \frac{2}{3}$ pro $k = 1, 2, \dots$

(d) $\frac{33}{8}$