ZKOUŠKY Z MA PRO 1. SEMESTR, OBOR FYZIKA

šk. rok 1997/98, přednášející: M. Rokyta, KMA

Zkoušky obecně.

Zkoušky se budou konat v těchto dnech, místech a časech: 16.1.1998 od $12.^{00}$ hod. v posluchárně K9 (písemná, pak ústní), a dále 21.1., 28.1., 4.2., 11.2., 19.2.1998, vždy od $9.^{00}$ hod. (písemná část) a od $13.^{00}$ hod. (ústní část) v posluchárně K1, v budově MFF UK v Karlíně (Sokolovská 83). Pro omezený počet zájemců vypisuji předvánoční termín 19.12.1997, čas a místo upřesním (podle počtu zájemců) v posledním týdnu před vánoci.

Na zkoušku se přihlásíte zapsaním do seznamu, seznam budu nosit na přednášky, jakmile budou známa konkrétní data. **Tento seznam bude ve zkouškovém období viset v Karlíně, ve druhém patře, na nástěnce proti posluchárně K2. Budete se moci do něj dále zapisovat, škrtat, přepisovat** ... znamená to, že zápis do seznamu nepovažuju za definitivní, ale za předběžný, a že respektuji situaci, kdy někdo zjistí, že se mu termín nehodí a chtěl by se přepsat na jiný. Prosil bych Vás však na druhé straně o to, abyste udržovali tento seznam aktuální, tj. abych i já byl informován o tom, kolik lidí vlastně na zkoušku příjde. Jde mi pouze o to, aby nenastala situace, ve které by na zkoušku bylo zapsáno x lidí, já bych zajistil dostatečný počet opravovačů, zkoušečů, větší posluchárnu, atd. a nikdo by nepřišel.

A ještě něco: chtěl bych, abyste **všichni** absolvovali alespoň jeden zkouškový pokus v řádném zkouškovém období; jinak budu nucen na takové nahlížet, jako by první termín neudělali (v praxi to vypadá tak, že já mám dle zkušebního řádu právo určit termín tomu, kdo si sám žádný termín v řádném zkouškovém období nevybere; určím tedy poslední možný, tj. např.19.2., a pokud se student(ka) nedostaví, je klasifikován(a) "nevyhověl(a)"); uznám samozřejmě rozumné důvody, jako je nemoc, vážné rodinné či osobní důvody apod; komunikujte však prosím se mnou, abych věděl, co se děje; komunikace je i např. korespondenční lístek, telefonát, email atd; mé souřadnice viz níže.

Zkouška začíná písemnou částí. Písemku píšou všichni společně. Dostavte se proto včas. Ústní část zkoušky bude probíhat individuálně a pořadí, v jakém na ni budete chodit, dohodneme po písemce. Pokud bude počet zájemců o ústní zkoušku velký, může se stát, že nás bude zkoušet víc.

Přineste si prosím ke zkoušce něco, co píše. Papíry se budu snažit zajistit sám.

Písemná část zkoušky.

Písemná část zkoušky trvá dvě hodiny, ve kterých bude nutno vyřešit tyto tři příklady:

(1) Najít limitu funkce v bodě.
(2) Najít primitivní funkci k dané funkci.
(3) Vyšetřit průběh funkce.

Pro výpočet limity budete moci použít kteroukoli ze tří vám ozřejmených technik (výpočet pomocí úprav a základních limit, L'Hospitalovo pravidlo, Taylorův polynom), nezapomeňte i na to, že je možno všechny tři techniky kombinovat!

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX

Primitivní funkci hledejte pomocí všech vám známých technik, které vedou k cíli, bez ohledu na to, kdo vás je naučil. Vzpomeňte, že výšku budovy lze změřit pomocí barometru na mnoho různých způsobů. Nezapomeňte však na specifikaci intervalů, na kterých jste primitivní funkci nalezli a na takový popis vámi použitých technik, aby opravovač (nemusí to nutně být Rokyta) věděl, jak jste postupovali.

U průběhu funkce je třeba dát pozor zejména na definiční obor funkce, její spojitost, její limity ve všech možných bodech, intervaly monotonie (a lokální extrémy), intervaly konvexnosti (a inflexní body); upozorňuji též na různé techniky, které pomáhají získat správnou představu o průběhu funkce: jednostranné derivace resp. limity derivací (= limitní poloha tečny); konkrétní hodnoty funkce ve význačných bodech (průsečíky s osami, hodnoty derivace v bodech inflexe), asymptoty v nekonečnu (kdo umí z cvičení); nezapomeňte na náčrtek, ale i na to, že sám náčrtek nestačí.

Důležitá úmluva: dohodněme se tak, že (vzhledem k tomu, že jde o váš první semestr) můžete odejít z písemky (a odnést si s sebou zadání `:-)` kdykoli v průběhu první hodiny písemky. Na takové studenty budu nahlížet, jako by se na termín nepřihlásili, tj. žádný termín jim nepropadne. Ti, kteří se po hodině písemnky rozhodnou, že zůstávají, přistupují ke zkoušce se vším všudy, tj. v každém případě obdrží jednu z možných známek.

Odevzdá-li někdo písemku, která dopadne za 4 ("nevyhověl(a)"), zkouška pro něj končí touto známkou a ústně již v tomto termínu nebude zkoušen. Příště bude muset absolvovat znovu obě části zkoušky. Ostatní budou zkoušeni ústně. Celková známka bude odrážet průběh zkoušky ústní s přihlédnutím ke známce z písemky (tj. na ústní kladu přece jen trochu větší důraz). Pokud někdo napíše písemku na 1 nebo 2, a u ústní zkoušky dostane známku 4, dostává rovněž známku 4, ale může mu být v příštím termínu odpuštěna písemná zkouška nebo její část (podrobnosti v konkrétních případech).

Požadavky k ústní části zkoušky.

Na následujících stránkách najdete požadavky k ústní zkoušce. V podstatě platí, že **požaduji znalost toho, co bylo odpředneseno**.

Známky.

Na vysoké škole se používá čtyřstupňová stupnice: 1=výborně, 2=velmi dobře, 3=dobře, 4=nevyhověl(a). Známky 1,2 a 3 znamenají, že zkouška byla udělána, 4 že ne. V takovém případě se zkouška opakuje. Celkem můžete absolvovat jednu zkoušku nejvýše třikrát.

U mne platí, že celková známka ze zkoušky vychází z ústní zkoušky, ale přihlíží i k výsledku písemky. Např. dostat celkovou známku "výborně", byla-li písemka "dobře", je možné, ale vyžaduje to perfektní výkon v ústní části. Jsou možné i opačné případy včetně extrémního ($1 \to 4$). V zásadě hodnotím u ústní zkoušky takto: 1="správné odpovědi bez pomoci zkoušejícího", 2="správné odpovědi s malou pomocí zkoušejícího", 3="správné odpovědi s velkou pomocí zkoušejícího", 4="ani s pomocí zkoušejícího nebylo možno se dopídit žádaného".

Konzultace.

Ve zkouškovém období nemám pevné konzultační hodiny, konzultace poskytuji po předběžné dohodě: telefon ke mně do pracovny je 21913269. Pracovnu mám v Karlíně, 2.

patro, KMA, č. dveří 214. Adresa Sokolovská 83, 186 00 Praha 8 -Karlín. E-mail: rokyta@karlin.mff.cuni.cz; pokud se vám nepodaří mě zastihnout, můžete to udělat taky tak, že přijdete ve dni, kdy zkouším a domluvíme se.

POŽADAVKY KE ZKOUŠCE

Pokud není řečeno jinak, chci věty i s důkazy.

- <u>Axiom o supremu:</u> omezené množiny (shora, zdola); horní a dolní závora množiny; definice suprema a infima; axiom o supremu; 2 vlastnosti suprema; infimum; supremum a infimum neomezených a prázdných množin.
- <u>Zobrazení, spočetnost:</u> definice zobrazení; definiční obor a obor hodnot zobrazení; prosté a inverzní zobrazení; složení zobrazení; spočetné a nespočetné množiny.
- <u>Posloupnosti reálných čísel:</u> pojmy: limita posloupnosti, posloupnost konvergentní, divergentní, monotonní, omezená; věty: konvergentní posloupnost je omezená; početní pravidla pro limity (součet, rozdíl, podíl, součin); nerovnosti v limitách, věta o policajtech; monotonní posloupnost má vždy limitu; definice čísla e, odhad pro něj pomocí $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$; e je iracionální; růstové limity; pojem podposloupnosti; Bolzano-Weierstrassova věta; pojem hromadného bodu, limes inferior a limes superior; pojem cauchyovské posloupnosti; věta: konvergentní $\iff$ cauchyovská.
- <u>Reálné funkce a jejich limity:</u> pojem monotonní a omezené (shora, zdola) funkce; sudost, lichost, periodicita; prostota, inverzní funkce; vlastní limita ve vlastním bodě; nevlastní limity a limity v nevlastních bodech; jednostranné limity; lokální omezenost funkce, mající vlastní limitu ve vlastním bodě; pravidla pro počítání limit (s důkazy pro vlastní limity); nerovnosti v limitě; limita složené funkce.
- <u>Spojitost:</u> definice spojitosti funkce v bodě; souvislost spojitosti v bodě s vlastní limitou ve vlastním bodě a funkční hodnotou; spojitost součtu, součinu, atd., spojitost složené funkce; jednostranná spojitost; klasifikace bodů nespojitosti.
- <u>Derivace:</u> derivace v bodě, funkce f' a vyšší derivace; geometrický význam $f'(x_0)$; jednostranné, vlastní a nevlastní derivace; souvislost derivace a spojitosti funkce v bodě; početní pravidla pro derivace; diferenciál; derivace složené a inverzní funkce.
- <u>Primitivní funkce:</u> definice; věty: rovnost všech primitivních funkcí k dané funkci až na konstanty; věta: primitivní funkce je vždy spojitá; kdy existuje primitivní funkce? (bez důkazu); věty: integrace součtu a násobku konstantou; integrace per partes; dvě věty o substituci; integrace racionálních funkcí - ovládat prakticky (tj. umět počítat).
- <u>Základní vlastnosti spojitých funkcí:</u> spojitost funkce na intervalu; $f \in \mathcal{C}(\langle a, b\rangle)$ je omezená; nabývání maxima, minima pro $f \in \mathcal{C}(\langle a, b\rangle)$; věta o nabývání mezihodnot; věta o spojitém obrazu intervalu; spojitost inverzní funkce.
- <u>Věty o střední hodnotě a jejich důsledky:</u> Rolleova, Lagrangeova, Cauchyho věta; L'Hospitalova pravidla (s důkazem jen pro typ "$\frac{0}{0}$"); věta o jednostranné derivaci jako jednostranné limitě derivací; věta: vztah monotonie a znaménka derivace v otevřeném intervalu; diskuse: vztah lokálních extrémů funkce a derivace v bodě, resp. derivace na okolí bodu.
- <u>Konvexní a konkávní funkce:</u> (ryze) konvexní, (ryze) konkávní funkce - definice;

věta: souvislost konvexity s druhou derivací, pokud tato existuje; inflexní body; věta: inflexní body a druhá derivace v bodě.

- Taylorův polynom: symbolika $f = o((x - x_0)^n)$, $(x \to x_0)$ Taylorův polynom $T^f_{n,x_0}(x)$; jeho definice, existence a jednoznačnost; Taylorův polynom pro elementární funkce; věta: Lagrangeův tvar zbytku.
- Riemannův určitý integrál: dělení intervalu; horní a dolní součet příslušný dělení; zjemnění dělení; horní a dolní Riemannův integrál; norma dělení; stejnoměrně spojitá funkce; nerovnosti mezi děleními a mezi dolním a horním integrálem; spojitá funkce na uzavřeném intervalu má Riemannův integrál; omezená a monotónní funkce má Riemannův integrál.

V poslední kapitole (Riemannův integrál) jde o odhad toho, kam se dostaneme. Nestihnu-li vše, budu zkoušet jen to, co bude odpředneseno. Stihnu-li víc, budu zkoušet jen to, co je v tomto seznamu, a zbytek až v letním semestru. Po těch, kteří se rozhodli jít na předtermín, budu chtít vše, co je zde uvedeno. Rozhodnutí jít na předtermín s sebou bohužel tuto nevýhodu nese.

Literatura

... **k teorii**

1. —, *Vlastní poznámky z přednášek*, 1997/98.
2. Kopáček, J., *Matematika pro fyziky I.*, skriptum MFF UK.
3. Jarník, V., *Diferenciální počet 1*, Academia Praha, 1974.
4. Jarník, V., *Integrální počet 1*, Academia Praha, 1963.
5. Rudin, W., *Principles of mathematical analysis (second edition)*, McGraw-Hill, 1964.
6. Novák, B., *Vybrané partie z teorie čísel*, skriptum MFF UK, 1972.

... **příklady**

7. Kopáček, J. & kol., *Příklady z matematiky pro fyziky I.*, skriptum MFF UK.
8. Netuka, I., Veselý, J., *Příklady z matematické analýzy III – příklady pro 1. ročník*, skriptum MFF UK.
9. Demidovič, B.P., *Sbornik zadač i upražnenij po matematičeskomu analizu (rusky)*, Nauka, Moskva, 1977.
10. Berman, G.N., *Sbornik zadač po kursu matematičeskovo analiza (rusky)*, Nauka, Moskva, 1977.

Samozřejmě nikoho nenutím, aby tohle všechno přečetl, bude stačit, když budete ovládat látku v rozsahu, který byl odpřednesen, nicméně bych např. doporučoval všem, aby si pár desítek příkladů ze sbírek spočetli. Jedině počítáním se lze naučit počítat; kromě toho příklady k písemce budu většinou vybírat právě z uvedených sbírek.

Stejně tak důkazy některých vět mohou někomu vyhovovat v jiné formě, než jsem já je předváděl. Opět platí: uznávám vše, co je dobře a co dokážete přesvědčivým způsobem obhájit.

... a to je vše, pokračování příště.

Přeju hodně štěstí u všech zkoušek, hezké vánoce a nový rok.

M. Rokyta, 4.12.1997