Datum tisku: 30.5.1996

SYLABUS PŘEDNÁŠKY "MATEMATICKÁ ANALÝZA PRO FYZIKY"

(4. semestr)

šk. rok 1995/96, přednášející: M. Rokyta, KMA

↓ 1. přednáška (12.2.1996) ↓

5. Plošný integrál

5.1. Zadání plochy; integrál prvního druhu

Opakování ze zimního semestru: parametrizace plochy, jednoduchá a zobecněná k-plocha; plošný integrál prvního druhu, nezávislost na parametrizaci.

5.2. Orientace plochy; integrál druhého druhu

Orientovaná plocha, spojité pole normál, orientace parametrizace; plošný integrál druhého druhu, souvislost obou integrálů, nezávislost na parametrizaci.

↓ 2. přednáška (15.2.1996) ↓

5.3. Grammův determinant, různá zadání plochy

Grammův determinant; parametrické, explicitní a implicitní zadání plochy, různé tvary normál a integrálů.

5.4. Gauss-Ostrogradského věta, Greenovy formule

G-O věta s náznakem důkazu pro 3 dimenze.

↓ 3. přednáška (19.2.1996) ↓

Důsledky G-O: věta o divergenci, per partes, rovnice kontinuity, 1. a 2. Greenova formule.

5.5. Greenova a Stokesova věta

Greenova věta.

↓ 4. přednáška (22.2.1996) ↓

Stokesova věta; divergence rotace, ekvivalentní definice rotace; shrnutí typů integrací v prostorech do dimenze 3.

↓ 5. přednáška (26.2.1996) ↓

5.6. Plošné integrály v dimenzi n (poznámky)

Zobecněný vektorový součin, plošné integrály obou typů pro plochy dimenze $n-1$ v prostoru dimenze n, Gauss-Ostrogradskij v n dimenzích, povrch n-dimenzionální sféry; objem k-rozměrného rovnoběžnostěnu v prostoru dimenze n, integrál prvního druhu přes k-plochu v prostoru dimenze n, $(1 < k < n-1)$.

6. Fourierovy řady

↓ 6. přednáška (29.2.1996) ↓

6.1. Trigonometrické řady

Trigonometrická řada; lemma o integrálech ze sinů a cosinů; Fourierova řada v sinech a cosinech; věta o konvergenci pro po částech C^1 funkce.

↓ 7. přednáška (4.3.1996) ↓

Komplexní Fourierova řada.

6.2. Konvergence Fourierových řad

Riemann-Lebesgueovo lemma, Riemannova věta o lokalizaci.

↓ 8. přednáška (7.3.1996) ↓

Besselova nerovnost, Pasevalova rovnost.

6.3. Derivování a integrování Fourierových řad

Konvergence řady koeficientů vynásobených mocninou n a její vliv na derivovatelnost Fourierovy řady.

↓ 9. přednáška (11.3.1996) ↓

Hladkost funkce implikuje konvergenci řady koeficientů vynásobených mocninou n; Fourierovu řadu po částech C^1 a globálně spojité funkce lze derivovat v bodech existence vlastní derivace; integrování Fourierovy řady pro spojitou f.

↓ 10. přednáška (14.3.1996) ↓

6.4. Abstraktní Fourierovy řady

Hilbertův prostor, prostory L^p; Youngova a Hölderova nerovnost; ortogonální systémy, Fourierova řada podle ortogonálního systému, Besselova nerovnost, Parsevalova rovnost.

↓ 11. přednáška (18.3.1996) ↓

Úplný ortogonální systém; ekvivalence úplnosti, Pasevalovy rovnosti a konvergence F. řady prvku x k prvku x, geometrická interpretace; kusy Fourierovy řady jsou nejlepší aproximací ze všech konečných součtů.

6.5. Různé OG systémy, aplikace, závěrečné poznámky

Hilbertovy prostory s vahou, systémy OG polynomů (Legendre, Čebyšev-Hermit, Laguerre); okrajová úloha generuje OG systém v prostoru s vahou.

7. Komplexní analýza

↓ 12. přednáška (21.3.1996) ↓

7.1. Gaussova rovina, komplexní funkce

Opakování trivialit, argument a Argument, mnohoznačné funkce, jejich jednoznačné větve; problém nekonečen a stereografická projekce; elementární funkce a jejich rozšíření do komplexní roviny; inverze jako mnohoznačná funkce, logaritmus a Logaritmus.

↓ 13. přednáška (25.3.1996) ↓

7.2. Holomorfní funkce, Cauchy-Riemannovy podmínky

Holomorfní funkce v bodě a na otevřené množině; C-R podmínky a totální diferenciál složek komplexní funkce; harmonická funkce, harmonicky sdružená funkce.

↓ 14. přednáška (28.3.1996) ↓

Vrstevnice složek holomorfního zobrazení s nenulovou derivací tvoří ortogonální křivočarou síť v rovině; pravidla pro derivování; derivace elementárních funkcí (a jejich větví) a jejich holomorfnost.

7.3. Křivkový integrál a primitivní funkce v komplexní rovině

Křivka: uzavřená, jednoduchá, Jordanova; délka křivky, křivkový integrál.

↓ 15. přednáška (1.4.1996) ↓

Primitivní funkce a její existence, nezávislost integrálu na cestě, nulovost integrálu přes uzavřenou křivku, vzájemná ekvivalence.

7.4. Cauchyova věta

Jednoduše souvislá oblast, Cauchyova věta, aplikace: $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}$ v zobecněném Lebesgueově smyslu.

↓ 16. přednáška (4.4.1996) ↓

Jordanovo lemma a lemma o malých kruhových obloucích; Cauchyův vzorec, důsledky pro holomorfnost všech derivací holomorfní funkce; Morerova věta.

↓ 16.5. přednáška (8.4.1996 - nekonala se (velikonoce)) ↓

↓ 17. přednáška (11.4.1996) ↓

7.5. Taylorova a Laurentova řada

Weierstrassova věta o řadách; reálná řada, kterou nelze derivovat člen po členu a souvislost s neholomorfností členů příslušné komplexní řady; mocninné a zobecněné mocninné řady, malý a velký poloměr, mezikruží konvergence, vzorec pro koeficienty, jejich jednoznačnost.

↓ 18. přednáška (15.4.1996) ↓

Důkaz věty o mezikruží; Laurentova řada; shrnutí: Taylor a funkce holomorfní v kruhu, Laurent a funkce holomorfní v mezikruží - vzájemná korespondence.

7.6. Isolované singularity, residua, residuová věta

Isolovaná singularita: odstranitelná, pól, podstatná singularita, násobnost pólu, residuum v konečném bodě; residuová věta; pravidla pro výpočet residuí.

↓ 19. přednáška (18.4.1996) ↓

Klasifikace isolovaných singularit: odstranitelných, pólů (každý má nějakou násobnost), Casorati-Weierstrass pro podstatnou singularitu; důkaz a použití pravidel pro výpočet residuí.

↓ 20. přednáška (22.4.1996) ↓

Nekonečno jako isolovaná singularita, residuum v nekonečnu, Laurentova řada kolem nekonečna. Riemannova věta pro sféru.

7.7. Použití residuové věty k výpočtům

Přímý výpočet křivkových integrálů; racionální funkce sinů a cosinů přes celou periodu; racionální funkce.

↓ 21. přednáška (25.4.1996) ↓

Racionální funkce s goniometrickými, funkce s iracionální mocninou - odvození z residuové věty, typické příklady, diskuse, integrály ve smyslu hlavní hodnoty.

7.8. Liouvilleova věta, věta o jednoznačnosti

Liouvilleova věta, základní věta algebry, věta o jednoznačnosti, důsledky pro rozšiřování holomorfních funkcí.

8. Fourierova a Laplaceova transformace

↓ 22. přednáška (29.4.1996 - přednášel Dr. Kottas) ↓

8.1. Fourierova transformace

Fourierova transformace, motivace; obrácená Fourierova transformace; různé F.t. (různé volby konstant), prostory L^p.

↓ 23. přednáška (2.5.1996 - přednášel Doc. Kopáček) ↓

Základní vlastnosti transformace, Riemann-Lebesgueovo lemma; multiindexy a zápis parciálního derivování podle nich, derivování Fourierovy transformace; konvoluce a její vlastnosti, F.t. konvoluce.

↓ 24. přednáška (6.5.1996) ↓

8.2. Věta o inverzi pro Fourierovu transformaci

Prostor $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ rychle klesajících funkcí, jeho základní vlastnosti, hustota v prostorech L^p; výpočet - nalezení funkce, která se transformuje sama na sebe; věta o inverzi.

↓ 25. přednáška (9.5.1996) ↓

Důkaz věty o inverzi; Fourierova transformace součinu funkcí; inverzní formule pro fukce z L^1.

8.3. Fourierova transformace funkci z L^2

Parsevalova rovnost, definice Fourierovy transformace v L^2

↓ 26. přednáška (13.5.1996) ↓

Aplikace: řešení diferenciálních rovnic pomocí Fourierovy transformace a zádrhele s tím spojené.

8.4. Laplaceova transformace

Laplaceova transformace a její vztah k Fourierově transformaci; vlastnosti Laplaceovy transformace.

↓ 27+28. přednáška (16.5.+20.5.1996) ↓

Další vlastnosti Laplaceovy transformace (linearita, substituce, posunutí, derivování, integrování, součin), základní příklady.

8.5. Věta o inverzi pro Laplaceovu transformaci

Vzory a obrazy, inverzní formule, zapojení residuových počtů do Laplaceovy transformace, příklady (hlavně na řešení diferenciálních rovnic).

14.5.1996, M. Rokyta