

Požadavky k ústní části zkoušky Aplikovaná matematika IV – NMAF074 LS 2011/12

(přednášející M. Rokyta)

Definice

Definujte pojmy z níže uvedeného seznamu. U každé definice se bude posuzovat jak přesnost, tak porozumění (tj. můžu se ptát na různé příklady, které definici ilustrují nebo takové můžu sám dát a ptát se, jestli splňují danou definici apod.)

-
- (1) Definujte pojem derivace podle multiindexu, definujte co je obecná PDR a systém PDR, řád PDR a řád systému PDR.
 - (2) Definujte pojem stacionární a evoluční PDR, definujte pojem lineární, semilineární, kvazilineární a nelineární PDR.
 - (3) Napište, jak vypadají tyto PDR: Laplaceova, Laplaceova-Poissonova, Helmholtzova, rovnice vedení tepla (obecná i lineární), vlnová rovnice, rovnice lineárního transportu.
 - (4) Definujte, co se rozumí pod pojmem kanonický tvar lineární rovnice PDR 2. řádu, definujte pojem eliptické, hyperbolické a parabolické rovnice 2. řádu.
-
- (5) Definujte pojem funkce rychle klesající v nekonečnu a pojem funkce pomalu rostoucí v nekonečnu. Definujte pojem temperované (Schwarzovské) distribuce a pojem regulární distribuce.
 - (6) Definujte derivování ve smyslu distribucí, součin funkce a distribuce, lineární transformaci distribuce.
-
- (7) Definujte dopřednou a zpětnou Fourierovu transformaci funkce, pojem Fourierova vzoru a obrazu, definujte Fourierovu transformaci distribuce.
 - (8) Definujte pojem tenzorového součinu funkcí a tenzorového součinu distribucí.
 - (9) Definujte pojem konvoluce funkcí a konvoluce distribucí.
-
- (10) Definujte pojem Dirichletovy a Neumannovy okrajové podmínky (resp. úlohy) pro rovnici vedení tepla v prvním kvadrantu a na intervalu.
 - (11) Definujte pojem Dirichletovy, Neumannovy a smíšené okrajové podmínky pro Laplaceovu-Poissonovu rovnici.
 - (12) Definujte charakteristický systém a pojem charakteristiky pro transportní rovnici.
-
- (13) Definujte prostory L_+ , L'_+ , definujte Laplaceovu transformaci funkcí a distribucí.
-
- (14) Definujte pojem cylindrické funkce, napište Besselovu diferenciální rovnici a vysvětlíte rozdíl mezi cylindrickou funkcí a Besselovou funkcí 1. druhu.
 - (15) Definujte pojem hypergeometrické řady, definujte značení ${}_pF_q[a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q](x)$, definujte Pochhammerův symbol.
-

Věty a tvrzení

Všechny níže uvedené věty a tvrzení pečlivě zformulujte. Důkazy (**zhruba v rozsahu přednášky**) budu požadovat **pouze u těch vět a tvrzení**, u kterých je to níže výslovně uvedeno slovy **dokažte** nebo **odvodte**. Jinak budu vždy vyžadovat pouze dobré porozumění vět, a situací, na které se věty aplikují.

Za tvrzeními a větami je uvedeno číslo, které odpovídá číslování tvrzení a vět v učebním textu, který je k dispozici na webu. U některých vět a tvrzení vám mohu dát (lehký) příklad, na kterém budete použití dané věty nebo pravidla ilustrovat.

-
- (1) Formulujte větu o derivaci pomalu rostoucí funkce, hladké až na jediný bod (Věta 22.1).
 - (2) Formulujte větu o lineárním diferenciálním operátoru ve smyslu distribucí (Věta 22.2) a **naznačte její důkaz.**
 - (3) Napište, jak vypadá Laplaceův operátor pro sféricky symetrické funkce při klasickém derivování (Lemma 22.3) a při derivování ve smyslu distribucí (Věta 22.4).
-
- (4) Formulujte větu o Fourierově transformaci v $\mathbb{R}^3$ (Věta 23.2).
 - (5) Formulujte větu o posunutí a škálování ve Fourierově transformaci (Věta 23.3).
 - (6) Formulujte větu o inverzi pro Fourierovu transformaci č. I (na $\mathcal{S}$ – Věta 23.4)
 - (7) Formulujte větu o inverzi pro Fourierovu transformaci č. II (na L^1 – Věta 23.5)
 - (8) Formulujte větu o základní vlastnosti konvoluce (Věta 23.6) a o vztahu F.T. a konvoluce (Věta 23.7).
 - (9) Formulujte větu o vztahu F.T. a derivace pro funkce (Věta 23.8).
 - (10) Formulujte větu o F.T. distribucí (Věta 23.10).
 - (11) Formulujte větu o vztahu F.T. a derivace pro distribuce (Věta 23.11) a **naznačte její důkaz.**
 - (12) Formulujte větu o F.T. distribuce s kompaktním nosičem (Věta 23.12).
 - (13) Formulujte větu o F.T. tenzorového součinu funkcí a distribucí (Věta 23.13).
 - (14) Formulujte větu o vztahu F.T. a konvoluce v distribucích (Věta 23.14).
 - (15) Formulujte větu o derivování konvoluce (Věta 23.15) a **naznačte její důkaz.**
 - (16) Formulujte větu o fundamentálním řešení lineárního diferenciálního operátoru (Věta 23.16) a **naznačte její důkaz.**
-
- (17) Formulujte větu o řešení rovnice vedení tepla (Věta 24.2).
 - (18) Formulujte větu o řešení rovnice vedení tepla na tyči (Věta 24.3).
 - (19) Formulujte větu o řešení vlnové rovnice (Věta 24.4).
 - (20) Formulujte větu o d'Alembertově vzorci (Věta 24.5).
 - (21) Formulujte větu o řešení Poissonovy rovnice v $\mathbb{R}^m$ (Věta 24.9).
 - (22) Formulujte větu o jednoznačnosti řešení Dirichletovy úlohy v Ω (Věta 24.10).
 - (23) Formulujte větu o řešení Dirichletovy úlohy na horní polovině (Věta 24.11).
 - (24) Formulujte jednu ze čtyř vět o řešení Dirichletovy úlohy na kruhu a na vnějšku kruhu (Věta 24.12, Věta 24.13, Věta 24.14, Věta 24.15).
 - (25) Formulujte jednu ze dvou vět o řešení Dirichletovy úlohy na kouli a na vnějšku koule (Věta 24.17, Věta 24.18).
 - (26) Formulujte větu o průměru (Věta 24.19).
 - (27) Formulujte princip maxima a minima (Věta 24.20).
 - (28) Formulujte větu o regularitě (Věta 24.21).
 - (29) Formulujte větu o řešení transportní rovnice (Lemma 24.22) a **naznačte její důkaz.**
-
- (30) Formulujte inverzní formuli I ("s integrálem") pro Laplaceovu transformaci (Věta 25.2).
 - (31) Formulujte inverzní formuli II ("s rezidui") pro Laplaceovu transformaci (Věta 25.3) včetně po ní následující poznámky o racionálních funkcích.
 - (32) Formulujte větu o vztahu Laplaceovy transformace a derivace (Věta 25.4) a **naznačte její důkaz pro $n = 2$.**
 - (33) Formulujte větu o ekvivalentní charakterizaci Laplaceových obrazů distribucí (Věta 25.6).
 - (34) Formulujte inverzní formuli III ("pro distribuce") pro Laplaceovu transformaci (Věta 25.8).
 - (35) Formulujte větu o vztahu Laplaceovy transformace a derivace ve smyslu distribucí (Věta 25.7).
 - (36) Formulujte větu o vztahu Laplaceovy transformace a konvoluce (Věta 25.9).
-