

Kombinatorika konečná i nekonečná, zábavně a barevně může být otázkou života a smrti

Martin Rmoutil

Matematicko-fyzikální fakulta UK

Zoom, 20. května 2021

Osnova

1 Úloha 1 - „konečné vězení“

2 Úloha 2 - „nekonečné vězení“

„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou.
Barvu své čepice nezná! (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.

„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou.
Barvu své čepice nezná! (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.

„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

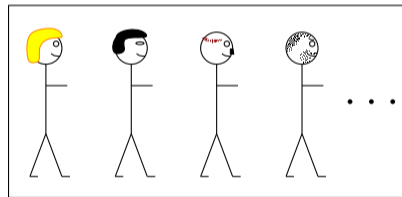
Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

- Vězni se postaví do řady za **sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou.
Barvu své čepice nezná! (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.

„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

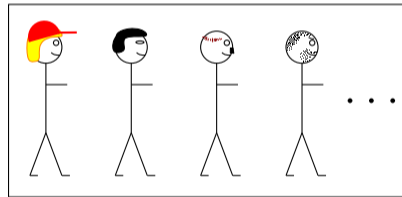
- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou. **Barvu své čepice nezná!** (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.



„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

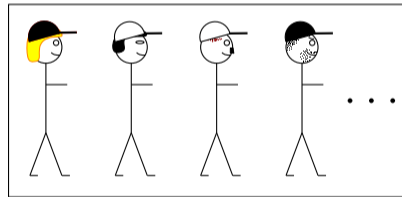
- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou. **Barvu své čepice nezná!** (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.



„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

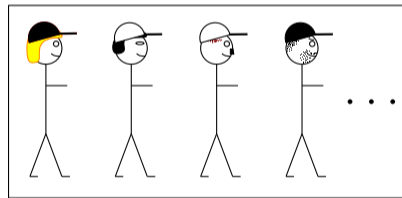
- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou. **Barvu své čepice nezná!** (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.



„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

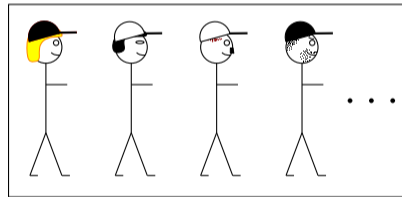
- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou. **Barvu své čepice nezná!** (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.



„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

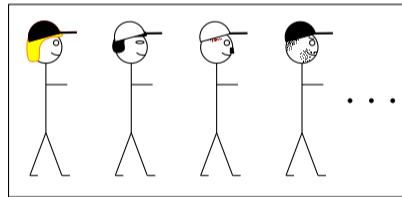
- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou. **Barvu své čepice nezná!** (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.



„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

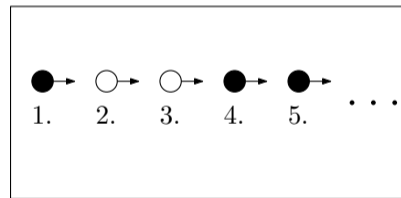
- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou. **Barvu své čepice nezná!** (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.



„Lehká“ úloha – *zábavná* a *barevná*

Zadání: Ve vězení je velmi velký konečný počet vězňů. Je potřeba snížit jejich počet, tj. část z nich usmrtit. Dozorci proto vymyslí krásnou a *zábavnou* hru:

- Vězni se postaví do řady **za sebe**.
- Každý obdrží *barevnou* čepici: černou, nebo bílou. **Barvu své čepice nezná!** (Je náhodná, „50:50“.)
- Vězni postupně tipují barvu své čepice. Každý vězeň bude usmrcen tehdy a jen tehdy, neuhodne-li.
- Tipuje se odzadu; každý tipující vidí na čepice vězňů před sebou, nevidí na ty za sebou.
- Vězni si nemohou předávat informace jinak než tipováním; mohou se ale **předem domluvit**.



Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. **Najdete ho také?**

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. **Najdete ho také?**

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. Najdete ho také?

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. Najdete ho také?

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. Najdete ho také?

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. **Najdete ho také?**

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. **Najdete ho také?**

(iii) Každý lichý řekne barvu čepice vězně před sebou.

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. **Najdete ho také?**

(iii) Každý lichý řekne barvu čepice vězně před sebou. Tentokrát $\mathbb{E}P \approx \frac{3N}{4}$.

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. **Najdete ho také?**

(iii) Každý lichý řekne barvu čepice vězně před sebou. Tentokrát $\mathbb{E}P \approx \frac{3N}{4}$.

Jiří si dá pozor, aby se postavil na sudou pozici.

Hledání strategie pro N vězňů, kde $N \in \mathbb{N}$:

Označme P náhodnou veličinu popisující počet přeživších vězňů po odehrání hry. Hra se bude hrát až druhý den; vězni se domlouvají. **Jejich návrhy:**

(i) Vězeň Donald: „Každý tipuje sám za sebe!“ Pak $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

(ii) Vězeň Kim: „Všichni si tipnou stejně!“ Opět $\mathbb{E}P = \frac{N}{2}$.

Vězeň Jiří našel jednoduché řešení, které je lepší. **Najdete ho také?**

(iii) Každý lichý řekne barvu čepice vězně před sebou. Tentokrát $\mathbb{E}P \approx \frac{3N}{4}$.

Jiří si dá pozor, aby se postavil na sudou pozici.

Existuje ještě lepší řešení!

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: ● **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: ● **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

1.	2.	3.
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	0
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Informaci o prvním sloupci předávat nemůže, protože ji nemá.

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává 2. plnou informaci, 3. žádnou.

Strategie pro $N = 3$: první netriviální případ.

Zřejmé: • **První vězeň** má šanci 50% bez ohledu na strategii.

- Má k dispozici 2 bity informace.
- Může sdělit 1 bit.
- **Druhý vězeň** má k dispozici $1+1=2$ bity informace.
- **Třetí vězeň** má k dispozici 2 bity informace.

Strategie: **První vězeň** naznačí, ve které ze dvou předem domluvených částí tabulky se aktuální situace nachází \Rightarrow dá 1 bit informace.

Jak tabulku vhodně rozdělit?

Různé možnosti \longrightarrow

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává oběma půl celé informace.

Proč to funguje a jak to zobecnit pro $N > 3$?

První vězeň druhým dvěma vlastně sděluje, jestli mají, nebo nemají stejně barevné čepice.

Druhý vězeň tedy ihned ví.

Třetí vězeň se to dozví až po odpovědi 2. vězně.

Výsledek: 2. a 3. vězeň určitě přežijí. V tomto případě je tedy $\mathbb{E}P = 2,5$ místo 2 při „Jiřího strategii“.

Zobecnění: Je jasné, že první vězeň musí všem ostatním poskytnout nějakou částečnou informaci. Mějme na paměti:

- Každý vězeň, když přijde na řadu, zná barvy čepice všech za ním i všech před ním.
- Informace od 1. vězně mu musí stačit.

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává oběma půl celé informace.

Proč to funguje a jak to zobecnit pro $N > 3$?

První vězeň druhým dvěma vlastně sděluje, jestli mají, nebo nemají stejně barevné čepice.

Druhý vězeň tedy ihned ví.

Třetí vězeň se to dozví až po odpovědi 2. vězně.

Výsledek: 2. a 3. vězeň určitě přežijí. V tomto případě je tedy $\mathbb{E}P = 2,5$ místo 2 při „Jiřího strategii“.

Zobecnění: Je jasné, že první vězeň musí všem ostatním poskytnout nějakou částečnou informaci. Mějme na paměti:

- Každý vězeň, když přijde na řadu, zná barvy čepice všech za ním i všech před ním.
- Informace od 1. vězně mu musí stačit.

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává oběma půl celé informace.

Proč to funguje a jak to zobecnit pro $N > 3$?

První vězeň druhým dvěma vlastně sděluje, jestli mají, nebo nemají stejně barevné čepice.

Druhý vězeň tedy ihned ví.

Třetí vězeň se to dozví až po odpovědi 2. vězně.

Výsledek: 2. a 3. vězeň určitě přežijí. V tomto případě je tedy $\mathbb{E}P = 2,5$ místo 2 při „Jiřího strategii“.

Zobecnění: Je jasné, že první vězeň musí všem ostatním poskytnout nějakou částečnou informaci. Mějme na paměti:

- Každý vězeň, když přijde na řadu, zná barvy čepice všech za ním i všech před ním.
- Informace od 1. vězně mu musí stačit.

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává oběma půl celé informace.

Proč to funguje a jak to zobecnit pro $N > 3$?

První vězeň druhým dvěma vlastně sděluje, jestli mají, nebo nemají stejně barevné čepice.

Druhý vězeň tedy ihned ví.

Třetí vězeň se to dozví až po odpovědi 2. vězně.

Výsledek: 2. a 3. vězeň určitě přežijí. V tomto případě je tedy $\mathbb{E}P = 2,5$ místo 2 při „Jiřího strategii“.

Zobecnění: Je jasné, že první vězeň musí všem ostatním poskytnout nějakou částečnou informaci. Mějme na paměti:

- Každý vězeň, když přijde na řadu, zná barvy čepice všech za ním i všech před ním.
- Informace od 1. vězně mu musí stačit.

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává oběma půl celé informace.

Proč to funguje a jak to zobecnit pro $N > 3$?

První vězeň druhým dvěma vlastně sděluje, jestli mají, nebo nemají stejně barevné čepice.

Druhý vězeň tedy ihned ví.

Třetí vězeň se to dozví až po odpovědi 2. vězně.

Výsledek: 2. a 3. vězeň určitě přežijí. V tomto případě je tedy $\mathbb{E}P = 2,5$ místo 2 při „Jiřího strategii“.

Zobecnění: Je jasné, že první vězeň musí všem ostatním poskytnout nějakou částečnou informaci. Mějme na paměti:

- Každý vězeň, když přijde na řadu, zná barvy čepice všech za ním i všech před ním.
- Informace od 1. vězně mu musí stačit.

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává oběma půl celé informace.

Proč to funguje a jak to zobecnit pro $N > 3$?

První vězeň druhým dvěma vlastně sděluje, jestli mají, nebo nemají stejně barevné čepice.

Druhý vězeň tedy ihned ví.

Třetí vězeň se to dozví až po odpovědi 2. vězně.

Výsledek: 2. a 3. vězeň určitě přežijí. V tomto případě je tedy $\mathbb{E}P = 2,5$ místo 2 při „Jiřího strategii“.

Zobecnění: Je jasné, že první vězeň musí všem ostatním

poskytnout nějakou částečnou informaci. Mějme na paměti:

- Každý vězeň, když přijde na řadu, zná barvy čepice všech za ním i všech před ním.
- Informace od 1. vězně mu musí stačit.

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává oběma půl celé informace.

Proč to funguje a jak to zobecnit pro $N > 3$?

První vězeň druhým dvěma vlastně sděluje, jestli mají, nebo nemají stejně barevné čepice.

Druhý vězeň tedy ihned ví.

Třetí vězeň se to dozví až po odpovědi 2. vězně.

Výsledek: 2. a 3. vězeň určitě přežijí. V tomto případě je tedy $\mathbb{E}P = 2,5$ místo 2 při „Jiřího strategii“.

Zobecnění: Je jasné, že první vězeň musí všem ostatním

poskytnout nějakou částečnou informaci. Mějme na paměti:

- Každý vězeň, když přijde na řadu, zná barvy čepice všech za ním i všech před ním.
- Informace od 1. vězně mu musí stačit.

1.	2.	3.
?	0	0
?	1	0
?	0	1
?	1	1

Zde dává oběma půl celé informace.

Ještě pro $N=4...$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Ještě pro $N=4...$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Ještě pro $N=4\dots$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

- Předpokládejme, že první vězeň naznačil, že jsme v barevné části tabulky.
- Řekněme, že druhý vězeň před sebou vidí 2 bílé čepice.
- Jde tedy o jeden ze žlutých řádků. O který ale?
- Ve vybrané skupině tedy musí být právě jeden žlutý řádek.
- A taky právě jeden modrý.

Ještě pro $N=4\dots$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Podobně musíme rozdělit stejně barevné dvojice řádků i v dolní polovině tabulky.

Ještě pro $N=4\dots$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Nabízí se tedy toto řešení; nyní se 2. vězeň bude umět rozhodnout, ať před sebou uvidí jakoukoliv kombinaci barev.

Ještě pro $N=4\dots$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Nabízí se tedy toto řešení; nyní se 2. vězeň bude umět rozhodnout, ať před sebou uvidí jakoukoliv kombinaci barev.

Nyní má ovšem problém 2. vězeň, který se nemá jak rozhodnout mezi prvními dvěma ani mezi druhými dvěma vybarvenými řádky.

Ještě pro $N=4\dots$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Nyní má ovšem problém 2. vězeň, který se nemá jak rozhodnout mezi prvními dvěma ani mezi druhými dvěma vybarvenými řádky.

Ještě pro $N=4\dots$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Tento výběr (společně s jeho komplementem) je jediný, který funguje pro všechny tři vězně (tedy 2., 3. a 4.).

Ještě pro $N=4\dots$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Tento výběr (společně s jeho komplementem) je jediný, který funguje pro všechny tři vězně (tedy 2., 3. a 4.).

Co mají společného vybrané řádky?

Co mají společného ty, které jsme nevybrali?

Ještě pro $N=4\dots$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Tento výběr (společně s jeho komplementem) je jediný, který funguje pro všechny tři vězně (tedy 2., 3. a 4.).

Co mají společného vybrané řádky?

Co mají společného ty, které jsme nevybrali?

Jednotlivé řádky \leftrightarrow elementární jevy.

Zelené řádky dávají dohromady jev L , označme též $S = L^c$.

Uvažujme jevy B_i , $i = 2, 3, 4$, že i -tý vězeň má bílou čepici.

Ještě pro $N=4...$

1.	2.	3.	4.
?	0	0	0
?	1	0	0
?	0	1	0
?	1	1	0
?	0	0	1
?	1	0	1
?	0	1	1
?	1	1	1

Tento výběr (společně s jeho komplementem) je jediný, který funguje pro všechny tři vězně (tedy 2., 3. a 4.).

Co mají společného vybrané řádky?

Co mají společného ty, které jsme nevybrali?

Jednotlivé řádky \leftrightarrow elementární jevy.

Zelené řádky dávají dohromady jev L , označme též $S = L^c$.

Uvažujme jevy B_i , $i = 2, 3, 4$, že i -tý vězeň má bílou čepici.

Pozorování: Jevy B_2 , B_3 , B_4 a L jsou po dvou nezávislé!

Obecné řešení ($N \in \mathbb{N}$, $N \geq 5$)

- (i) **První vězeň** řekne „černá“, právě když je počet černých čepic, které vidí před sebou, **lichý**.
- (ii) **Druhý vězeň** zná paritu počtu černých čepic před sebou. **Bílou** čepici má právě tehdy, když se tato parita **shoduje** s paritou naznačenou prvním vězněm.
- (iii) **n -tý vězeň** zná barvu čepice k -tého vězně pro $k \in \{2, \dots, n-1, n+1, \dots, N\}$. (Zná i barvu první čepice, ta je ale irelevantní.) Může tedy aplikovat analogický postup jako 2. vězeň.

Závěr: při absenci chyb tato strategie vede na jistou záchranu všech vězňů s výjimkou prvního, který má šanci 50%.

Tím pádem jest $\mathbb{E}P = N - \frac{1}{2}$.

Obecné řešení ($N \in \mathbb{N}$, $N \geq 5$)

- (i) **První vězeň** řekne „černá“, právě když je počet černých čepic, které vidí před sebou, **lichý**.
- (ii) **Druhý vězeň** zná paritu počtu černých čepic před sebou. **Bílou** čepici má právě tehdy, když se tato parita **shoduje** s paritou naznačenou prvním vězněm.
- (iii) n -**tý vězeň** zná barvu čepice k -tého vězně pro $k \in \{2, \dots, n-1, n+1, \dots, N\}$. (Zná i barvu první čepice, ta je ale irelevantní.) Může tedy aplikovat analogický postup jako 2. vězeň.

Závěr: při absenci chyb tato strategie vede na jistou záchranu všech vězňů s výjimkou prvního, který má šanci 50%.

Tím pádem jest $\mathbb{E}P = N - \frac{1}{2}$.

Obecné řešení ($N \in \mathbb{N}$, $N \geq 5$)

- (i) **První vězeň** řekne „černá“, právě když je počet černých čepic, které vidí před sebou, **lichý**.
- (ii) **Druhý vězeň** zná paritu počtu černých čepic před sebou. **Bílou** čepici má právě tehdy, když se tato parita **shoduje** s paritou naznačenou prvním vězňem.
- (iii) **n -tý vězeň** zná barvu čepice k -tého vězně pro $k \in \{2, \dots, n-1, n+1, \dots, N\}$. (Zná i barvu první čepice, ta je ale irelevantní.) Může tedy aplikovat analogický postup jako 2. vězeň.

Závěr: při absenci chyb tato strategie vede na jistou záchranu všech vězňů s výjimkou prvního, který má šanci 50%.

Tím pádem jest $\mathbb{E}P = N - \frac{1}{2}$.

Obecné řešení ($N \in \mathbb{N}$, $N \geq 5$)

- (i) **První vězeň** řekne „černá“, právě když je počet černých čepic, které vidí před sebou, **lichý**.
- (ii) **Druhý vězeň** zná paritu počtu černých čepic před sebou. **Bílou** čepici má právě tehdy, když se tato parita **shoduje** s paritou naznačenou prvním vězňem.
- (iii) **n -tý vězeň** zná barvu čepice k -tého vězně pro $k \in \{2, \dots, n-1, n+1, \dots, N\}$. (Zná i barvu první čepice, ta je ale irelevantní.) Může tedy aplikovat analogický postup jako 2. vězeň.

Závěr: při absenci chyb tato strategie vede na jistou záchranu všech vězňů s výjimkou prvního, který má šanci 50%.

Tím pádem jest $\mathbb{E}P = N - \frac{1}{2}$.

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísla $0, 1, \dots, C - 1$.
Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení:

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísla $0, 1, \dots, C - 1$.
Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení:

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísla $0, 1, \dots, C - 1$.
Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení: 3

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísla $0, 1, \dots, C - 1$.
Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení: 2

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísla $0, 1, \dots, C - 1$.
Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení: 1

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísla $0, 1, \dots, C - 1$.
Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení: 0

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísly $0, 1, \dots, C - 1$. Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení:

- **První vězeň** sečte kódy barev, které vidí, dostane číslo S .

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísly $0, 1, \dots, C - 1$. Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení:

- **První vězeň** sečte kódy barev, které vidí, dostane číslo S .
- Spočítá $s = S \bmod C$; poté „tipuje“ barvu s kódem s .

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísly $0, 1, \dots, C - 1$. Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení:

- **První vězeň** sečte kódy barev, které vidí, dostane číslo S .
- Spočítá $s = S \bmod C$; poté „tipuje“ barvu s kódem s .
- (To dává 1. vězni šanci $\frac{1}{C}$, kterou nelze zlepšit.)

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísla $0, 1, \dots, C - 1$. Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení:

- **První vězeň** sečte kódy barev, které vidí, dostane číslo S .
- Spočítá $s = S \bmod C$; poté „tipuje“ barvu s kódem s .
- (To dává 1. vězni šanci $\frac{1}{C}$, kterou nelze zlepšit.)
- **n -tý ($n \geq 2$) vězeň** sečte kódy barev všech čepic kromě vlastní a první; dostane číslo S_n . Označme k_n kód barvy n -té čepice.

Tatáž úloha pro více barev

Máme-li C barev, kde $C \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$, kódujeme jednotlivé barvy čísly $0, 1, \dots, C - 1$. Jak mají vězni postupovat, aby se jich zahránilo co nejvíce?

Řešení:

- **První vězeň** sečte kódy barev, které vidí, dostane číslo S .
- Spočítá $s = S \bmod C$; poté „tipuje“ barvu s kódem s .
- (To dává 1. vězni šanci $\frac{1}{C}$, kterou nelze zlepšit.)
- **n -tý ($n \geq 2$) vězeň** sečte kódy barev všech čepic kromě vlastní a první; dostane číslo S_n . Označme k_n kód barvy n -té čepice.
- Pak jest $S = S_n + k_n$, takže

$$k_n = S - S_n \equiv s - S_n \pmod{C},$$

tj. $k_n = s - S_n \bmod C$.

Osnova

1 Úloha 1 - „konečné vězení“

2 Úloha 2 - „nekonečné vězení“

Spočetně mnoho vězňů

Možná trochu překvapivě, analogické řešení existuje i v případě, že máme pro každé přirozené číslo jednoho vězně. Pochopitelně je potřeba předpokládat, že vězni mají **nekonečnou paměť**, aby si pamatovali nekonečně mnoho informací, z nichž sestává zvolená strategie, **dohlédnou nekonečně daleko**, aby viděli všech nekonečně mnoho čepic před sebou, a *proces tipování barvy čepice se neustále zrychluje* tak, aby skončil v konečném čase.

Předpokládáme-li však výše uvedené drobnosti společně s **axiomatickým výběru (AC)**, poněkud kontroverzním, ale obtížně postradatelným axiomem teorie množin, v níž vězni pracují, existuje řešení, při němž všichni vězni s výjimkou prvního určitě přežijí.

Pro jednoduchost: máme jen **dvě barvy**: 0, 1. Daná situace (barvy čepic) je tedy kódována posloupností nul a jedniček. Necht' $\mathcal{C} = \{(k_n)_{n=1}^{\infty} : k_n \in \{0, 1\}, n \in \mathbb{N}\}$. Pak \mathcal{C} má mohutnost kontinua.

Spočetně mnoho vězňů

Možná trochu překvapivě, analogické řešení existuje i v případě, že máme pro každé přirozené číslo jednoho vězně. Pochopitelně je potřeba předpokládat, že vězni mají **nekonečnou paměť**, aby si pamatovali nekonečně mnoho informací, z nichž sestává zvolená strategie, **dohlédnou nekonečně daleko**, aby viděli všech nekonečně mnoho čepic před sebou, a *proces tipování barvy čepice se neustále zrychluje* tak, aby skončil v konečném čase.

Předpokládáme-li však výše uvedené drobnosti společně s **axiomatickým výběru (AC)**, poněkud kontroverzním, ale obtížně postradatelným axiomem teorie množin, v níž vězni pracují, **existuje řešení, při němž všichni vězni s výjimkou prvního určitě přežijí**.

Pro jednoduchost: máme jen **dvě barvy**: 0, 1. Daná situace (barvy čepic) je tedy kódována posloupností nul a jedniček. Necht' $\mathcal{C} = \{(k_n)_{n=1}^{\infty} : k_n \in \{0, 1\}, n \in \mathbb{N}\}$. Pak \mathcal{C} má mohutnost kontinua.

Spočetně mnoho vězňů

Možná trochu překvapivě, analogické řešení existuje i v případě, že máme pro každé přirozené číslo jednoho vězně. Pochopitelně je potřeba předpokládat, že vězni mají **nekonečnou paměť**, aby si pamatovali nekonečně mnoho informací, z nichž sestává zvolená strategie, **dohlédnou nekonečně daleko**, aby viděli všech nekonečně mnoho čepic před sebou, a *proces tipování barvy čepice se neustále zrychluje* tak, aby skončil v konečném čase.

Předpokládáme-li však výše uvedené drobnosti společně s **axiomatickým výběru (AC)**, poněkud kontroverzním, ale obtížně postradatelným axiomem teorie množin, v níž vězni pracují, **existuje řešení, při němž všichni vězni s výjimkou prvního určitě přežijí**.

Pro jednoduchost: máme jen **dvě barvy**: 0, 1. Daná situace (barvy čepic) je tedy kódována posloupností nul a jedniček. Nechť $\mathcal{C} = \{(k_n)_{n=1}^{\infty} : k_n \in \{0, 1\}, n \in \mathbb{N}\}$.

Pak \mathcal{C} má mohutnost kontinua.

Spočetně mnoho vězňů

Možná trochu překvapivě, analogické řešení existuje i v případě, že máme pro každé přirozené číslo jednoho vězně. Pochopitelně je potřeba předpokládat, že vězni mají **nekonečnou paměť**, aby si pamatovali nekonečně mnoho informací, z nichž sestává zvolená strategie, **dohlédnou nekonečně daleko**, aby viděli všech nekonečně mnoho čepic před sebou, a *proces tipování barvy čepice se neustále zrychluje* tak, aby skončil v konečném čase.

Předpokládáme-li však výše uvedené drobnosti společně s **axiomatickým výběru (AC)**, poněkud kontroverzním, ale obtížně postradatelným axiomem teorie množin, v níž vězni pracují, **existuje řešení, při němž všichni vězni s výjimkou prvního určitě přežijí**.

Pro jednoduchost: máme jen **dvě barvy**: 0, 1. Daná situace (barvy čepic) je tedy kódována posloupností nul a jedniček. Nechť $\mathcal{C} = \{(k_n)_{n=1}^{\infty} : k_n \in \{0, 1\}, n \in \mathbb{N}\}$. Pak \mathcal{C} má mohutnost kontinua.

Strategie pro spočetně mnoho vězňů:

- **Problém:** Pro $(k_n) \in \mathcal{C}$ se obvykle nedá určit parita počtu jedniček.
- **Rozdělíme** \mathcal{C} na dvě disjunktní podmnožiny S a L splňující: Kdykoliv se dvě posloupnosti liší na jediné pozici, nemohou být společně v jedné z těchto množin.
- S budou „zobecněné sudé“ posloupnosti, podobně L budou „zobecněné liché posloupnosti“.
- První tipující vězeň se podívá na posloupnost čepic před sebou a tipuje podle toho, jestli tato posloupnost je prvkem S nebo L .
- Ostatní vězni postupují už analogicky s konečnou verzí.

Strategie pro spočetně mnoho vězňů:

- **Problém:** Pro $(k_n) \in \mathcal{C}$ se obvykle nedá určit parita počtu jedniček.
- **Rozdělíme** \mathcal{C} na dvě disjunktní podmnožiny S a L splňující: Kdykoliv se dvě posloupnosti liší na jediné pozici, nemohou být společně v jedné z těchto množin.
- S budou „zobecněné sudé“ posloupnosti, podobně L budou „zobecněné liché posloupnosti“.
- První tipující vězeň se podívá na posloupnost čepic před sebou a tipuje podle toho, jestli tato posloupnost je prvkem S nebo L .
- Ostatní vězni postupují už analogicky s konečnou verzí.

Strategie pro spočetně mnoho vězňů:

- **Problém:** Pro $(k_n) \in \mathcal{C}$ se obvykle nedá určit parita počtu jedniček.
- **Rozdělíme** \mathcal{C} na dvě disjunktní podmnožiny S a L splňující: Kdykoliv se dvě posloupnosti liší na jediné pozici, nemohou být společně v jedné z těchto množin.
- S budou „zobecněné sudé“ posloupnosti, podobně L budou „zobecněné liché posloupnosti“.
- První tipující vězeň se podívá na posloupnost čepic před sebou a tipuje podle toho, jestli tato posloupnost je prvkem S nebo L .
- Ostatní vězni postupují už analogicky s konečnou verzí.

Strategie pro spočetně mnoho vězňů:

- **Problém:** Pro $(k_n) \in \mathcal{C}$ se obvykle nedá určit parita počtu jedniček.
- **Rozdělíme** \mathcal{C} na dvě disjunktní podmnožiny S a L splňující: Kdykoliv se dvě posloupnosti liší na jediné pozici, nemohou být společně v jedné z těchto množin.
- S budou „zobecněné sudé“ posloupnosti, podobně L budou „zobecněné liché posloupnosti“.
- První tipující vězeň se podívá na posloupnost čepic před sebou a tipuje podle toho, jestli tato posloupnost je prvkem S nebo L .
- Ostatní vězni postupují už analogicky s konečnou verzí.

Strategie pro spočetně mnoho vězňů:

- **Problém:** Pro $(k_n) \in \mathcal{C}$ se obvykle nedá určit parita počtu jedniček.
- **Rozdělíme** \mathcal{C} na dvě disjunktní podmnožiny S a L splňující: Kdykoliv se dvě posloupnosti liší na jediné pozici, nemohou být společně v jedné z těchto množin.
- S budou „zobecněné sudé“ posloupnosti, podobně L budou „zobecněné liché posloupnosti“.
- První tipující vězeň se podívá na posloupnost čepic před sebou a tipuje podle toho, jestli tato posloupnost je prvkem S nebo L .
- Ostatní vězni postupují už analogicky s konečnou verzí.

Strategie pro spočetně mnoho vězňů:

- **Problém:** Pro $(k_n) \in \mathcal{C}$ se obvykle nedá určit parita počtu jedniček.
- **Rozdělíme** \mathcal{C} na dvě disjunktní podmnožiny S a L splňující: Kdykoliv se dvě posloupnosti liší na jediné pozici, nemohou být společně v jedné z těchto množin.
- S budou „zobecněné sudé“ posloupnosti, podobně L budou „zobecněné liché posloupnosti“.
- První tipující vězeň se podívá na posloupnost čepic před sebou a tipuje podle toho, jestli tato posloupnost je prvkem S nebo L .
- Ostatní vězni postupují už analogicky s konečnou verzí.

Děkuji za pozornost!