Příklady na 10. týden

Funkce komplexní proměnné VI

Reziduová věta II

Použitím reziduové věty a pravidel pro počítání s rezidui spočtěte následující integrály: (ve smyslu Lebesgueově, Newtonově nebo ve smyslu hlavní hodnoty)

1. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{dt}{a+\cos t}$, $a > 1$
2. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(a+b\cos t)^2}$, $a > b > 0$
3. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 t\,dt}{13+12\cos t}$
4. $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\cos^4 t\,dt}{1+\sin^2 t}$
5. $\displaystyle\int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{\cos t}\cos(nt-\sin t)dt$, $n \in N$
6. $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin nt\,dt}{1-2a\sin t+a^2}$, $-1 < a < 1$, $n \in N$
7. $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$
8. $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x}}$
9. $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^a(x+b)}$, $0 < a < 1$, $b \neq 0$
10. $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{x^{a-1}\,dx}{(x+1)(x+2)(x+3)}$, $0 < a < 3$
11. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x^{1-p}(1-x)^p\,dx}{(1+x)^2}$, $-1 < p < 2$
12. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{(1+x)^{1-p}(1-x)^p\,dx}{x^2+1}$, $-1 < p < 2$
13. $\displaystyle\int_0^{1} \frac{x^{1-p}(1-x)^p\,dx}{x^2+1}$, $-1 < p < 2$

14. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \ln \frac{1+x}{1-x} \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-x)^2(1+x)}}$

15. $\displaystyle\int_{0}^{\infty} \frac{\ln x \, dx}{x^2+a^2}$

16. $\displaystyle\int_{0}^{\infty} \frac{\ln x \, dx}{(x-1)\sqrt{x}}$

17. $\displaystyle\int_{0}^{\infty} \frac{\ln x \, dx}{(x+1)^2 \sqrt[3]{x}}$