

C3. Chceme spočít

$$I = \int_0^\pi \frac{\cos^4 x}{1 + \sin^2 x} dx.$$

Upravme čitatele:

$$\cos^4 x = (1 - \sin^2 x)^2 = 1 - 2\sin^2 x + \sin^4 x = (1 + \sin^2 x)(\sin^2 x - 3) + 4$$

Tedy

$$I = \int_0^\pi \sin^2 x - 3 dx + 2J,$$

kde teprve

$$J = \int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$$

spočteme reziduovou větou. Mělo by vyjít $J = \pi\sqrt{2}$, $I = \pi(2\sqrt{2} - 5/2)$.