Sylabus přednášky Matematická analýza I

9. 1. 2003

Dalibor Pražák, ZS 2002/3

1. Logické značení, množiny a zobrazení (prosté, vzájemně jednoznačné, inverzní a složené zobrazení). Číselné množiny (přirozená, celá, racionální a reálná čísla). Princip indukce. Existence iracionálních čísel. Supremum a infimum množiny. Axiom o supremu, axiom o hustotě. Věta o existenci odmocniny. Symboly $\pm\infty$ včetně početních pravidel.

2. Posloupnosti. Limita, hromadný bod. Věta: číslo je limitou, právě když je jediným hromadným bodem. Věta o limes superior a limes inferior. Bolzano Cauchyho podmínka, ekvivalence s existencí vlastní limity. Heineho věta.

3. Funkce sudá, lichá, periodická, monotónní. Okolí bodu, limita funkce v bodě. Věty o limitě součtu, součinu, podílu. Věta o limitě složené funkce. Věty o souvislosti limity a nerovnosti (věta o dvou policajtech, věta o zachování nerovnosti v limitě). Věta o existenci limity pro monotónní funkci.

   Spojitost funkce v bodě. Spojitost funkce na intervalu, ekvivalentní vyjádření. Vztah mezi spojitostí a limitou. Spojitost součtu, součinu, podílu, spojitost složené a inverzní funkce. Elementární funkce a jejich základní vlastnosti (znalost vět C, D, E a jejich důsledků se předpokládá, ale netřeba je umět nazpaměť.) Hyperbolické a hyberbolometrické funkce.

4. Definice derivace. Souvislost mezi derivací a spojitostí. Věty o derivování součtu, součinu, podílu, složené a inverzní funkce. Derivace vyšších řádů.

5. Primitivní funkce - definice a základní vlastnosti. Věta o jednoznačnosti primitivní funkce až na konstantu. Integrování per-partes. První a druhá věta o substituci. Integrace racionálních funkcí: věta o rozkladu na parciální zlomky, integraci elementárních racionálních funkcí. Základní typy substitucí (goniometrické substituce, Eulerova substituce, substituce $t = \exp ax$, substituce $t = \sqrt[k]{(ax+b)/(cx+d)}$.)

6. Plíživé lemma. Věty: spojitá funkce na omezeném uzavřeném intervalu je omezená a nabývá maxima a minima. Nutná podmínka extrému. Darbouxova vlastnost. Lemma o charakterizaci intervalu. Věta: spojitá funkce má Darbouxovu vlastnost.

   Věty o střední hodnotě: Rolle, Lagrange, Cauchy. Věta o výpočtu derivace limitou a její důsledky pro napojování pritivních funkcí. Věta: derivace spojité funkce má Darbouxovu vlastnost. l'Hospitalovo pravidlo (důkaz pouze pro případ 0/0).

   Symbol „malé ó": definice, početní pravidla. Ekvivalentní podmínka existence vlastní derivace. Taylorův polynom: definice, věta o existenci a jednoznačnosti Taylorova polynomu. Taylorovy rozvoje základních funkcí.

   Vyšetřování průběhu funkce: souvislost mezi znaménkem derivace a monotonií funkce. Funkce konvexní, konkávní. Inflexní bod. Souvislost mezi znaménkem druhé derivace a konvexitou/konkávností.