

- 1) Najděte funkci $f(x) : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ takovou, že $\int_0^\infty f(x) dx$ konverguje, třebaže $f(x) \not\rightarrow 0$ pro $x \rightarrow +\infty$. Umíte takovou funkci vyjádřit vzorečkem?
- 2) Najděte posloupnost $f_n(x) \rightarrow f(x)$, pro kterou můžeme zaměnit limitu a integrál, přestože nejsou splněny předpoklady Leviho ani Lebesgueovy věty.
- 3) Ukažte, že funkce $F(a) = \int_\alpha^\beta \frac{dx}{\sqrt{|x-a|}}$ je spojitá v intervalu $a \in I = (\alpha, \beta)$, třebaže Větu o spojitě závislosti nelze aplikovat na žádném (netriviálním) podintervalu I .
- 4) Nechť α_n značí objem jednotkové koule v \mathbb{R}^n , tj. $\alpha_n = \lambda^n\{x \in \mathbb{R}^n; \|x\| < 1\}$. Pro jaké n je α_n maximální? Čemu se rovná $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n$?