A. Pomocí vnějšího součinu určete, zda jsou vektory lineárně nezávislé:

1. $(0,1,1),(1,0,1),(1,1,0)$.
2. $(2,1,3),(1,-1,1),(4,5,b)$.
3. $(0,-2,1,3),(1,2,2,3),(-1,-4,-1,a)$.
4. $(-1,1,\dots,1),(1,-1,1,\dots,1),\dots,(1,\dots,1,-1)$.

B. Pomocí vnějšího součinu určete, zda dané vektory generují stejné prostory:

1. $\{(0,1,1),(1,0,2)\}$ a $\{(1,1,3),(1,-1,1)\}$.
2. $\{(1,0,1),(1,1,1)\}$ a $\{(2,1,2),(0,1,1)\}$.
3. $\{(1,1,0,0),(0,1,0,1)\}$ a $\{(1,-1,0,-2),(2,3,0,1)\}$.
4. $\{(1,1,1,1),(1,1,-1,1)\}$ a $\{(0,0,1,1),(1,1,0,0)\}$.
5. $\{(0,1,3,0,1),(1,1,1,0,3)\}$ a $\{(1,2,-1,0,2),(1,0,2,0,-1)\}$.
6. $\{(0,0,1,2,-1),(1,0,-1,1,0),(0,1,2,0,2)\}$ a $\{(1,0,0,3,-1),(2,1,0,2,2),(0,-1,-1,2,-3)\}$.

C. Spočtěte vnější diferenciál forem:

1. $\omega = x\sin(y)\cos(z)$
2. $\omega = (x^3+y^3+z^3+w)\,dx\wedge\, dy\wedge\, dz$
3. $\omega = x\,dx - y^2\,dy + z^3\,dz$
4. $\omega = 2xy^2z^2\,dx + 2x^2yz^2\,dy + 2x^2y^2z\,dz$
5. $\omega = F_1\,dx + F_2\,dy + F_3\,dy$ respektive $\omega = F_1\,dy\wedge\, dz + F_2\,dz\wedge\, dx + F_3\,dx\wedge\, dy$, kde F_i jsou hladké funkce proměnných (x,y,z)
6. $\omega = F_1\,dx_1 + F_2\,dx_2 + F_3\,dx_3 + F_4\,dx_4$, kde F_i jsou hladké funkce proměnných (x_1,x_2,x_3,x_4).
7. $\omega = x + (x-y)\,dx\wedge\, dz + (x+y^2-z)\,dx\wedge\, dy\wedge\, dz$;
8. $\omega = \frac{dx -\, dy +\, dz}{x^2+y^2+z^2}$;

9. $\omega = (x_1 - x_4)\, dx_{123} + (x_2^2 - x_3^2)\, dx_{234}$

10. $\omega = \mathrm{e}^{x_2 - x_1} \sin x_3\, dx_{12} + \frac{(x_1+x_2)^2}{1+x_3x_4}\, dx_{34}$.

D. Ověřte vztah $d(\Phi^*\omega) = \Phi^*(d\omega)$ pro

1. $\omega = (x + y)\, dx$ a $\Phi : (u, v) \mapsto (x, y)$ dané vztahy $x = u + v$, $y = u - v$
2. $\omega = xy\, dx - x/y\, dy$ a $\Phi : (r, u) \mapsto (x, y)$ dané vztahy $x = r \cos u$, $y = r \sin u$
3. $\omega = z\, dx \wedge dy - x\, dy$ a $\Phi : (u, v, w) \mapsto (x, y, z)$ dané vztahy $x = u + v^2$, $y = u - v^2$, $z = uv + w$
4. $\omega = x\, dy \wedge dz$ a $\Phi : (u, v) \mapsto (x, y, z)$ zadane vztahy $x = \cos u \cos v$, $y = \sin u \cos v$, $z = \sin v$.

E. Ověřte obecnou Stokesovu větu pro

1. $\omega = xy\, dx$ a S je 2-plocha v R^2 s parametrizací $x = u^2 - v^2$, $y = u^2 + v^2$, $(u, v) \in [0, 1]^2$.
2. $\omega = \sin \pi y\, dx \wedge dz$ a S je krychle $[0, 1]^3$
3. $\omega = x^2\, dx + x\, dy$ a S je 2-plocha v $\mathbb{R}^2$ s parametrizací $x = r \cos(\pi u/2)$, $y = r \sin(\pi u/2)$, $(r, u) \in [0, 1]^2$.
4. $\omega = y\, dx - z\, dw$, a S je 2-plocha v $\mathbb{R}^4$ s parametrizací $x = u$, $y = u + v$, $z = v$, $w = u - v$, $(u, v) \in [0, 1]^2$

*F. Spočtěte povrch čtyřdimenzionální koule.