

Detekce změny v panelových datech

Tadeáš Lehký, Michal Jelínek

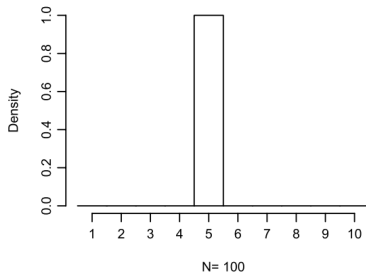
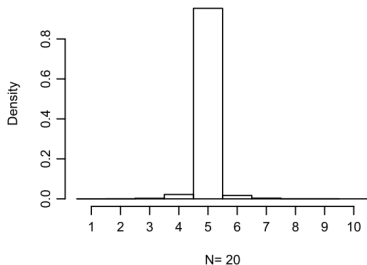
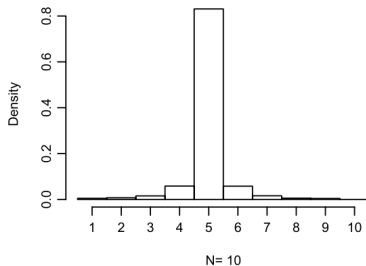
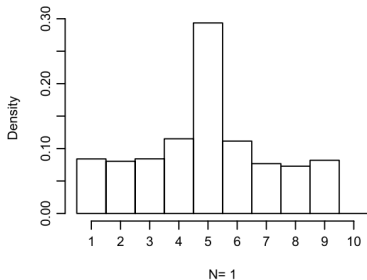
20. 5. 2025

Odhad pomocí nejmenších čtverců

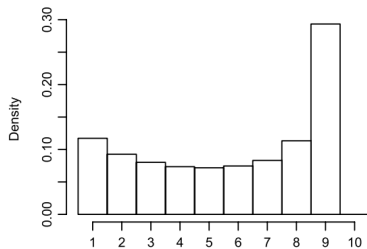
- Common breaks in means and variances for panel data, Bai (2010)
- Předpoklad 1

$$e_{it} = \sum_{l=0}^{\infty} c_{il} \varepsilon_{i,t-l}, \quad \varepsilon_{it} \sim (0, \sigma_{i\varepsilon}^2)$$

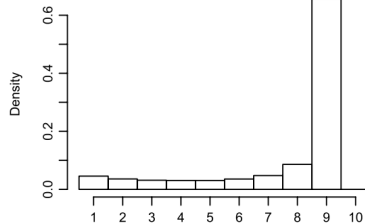
Monte Carlo simulace 1



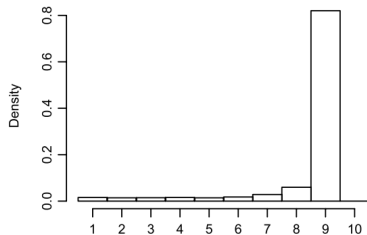
Monte Carlo simulace 2



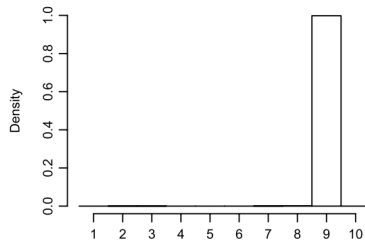
N= 1



N= 10



N= 20



N= 100

- Change-point detection in panel data, Horváth and Hušková (2012)
- Statistika

$$\bar{V}_{N,T}(x) = \frac{1}{N^{1/2}} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{\sigma_i^2} Z_{T,i}^2(x) - \frac{\lfloor Tx \rfloor (T - \lfloor Tx \rfloor)}{T^2} \right\}, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$Z_{T,i}(x) = \frac{1}{T^{1/2}} \left(S_{T,i}(x) - \frac{\lfloor Tx \rfloor}{T} S_{T,i}(1) \right), \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$S_{T,i}(x) = \sum_{t=1}^{\lfloor Tx \rfloor} X_{i,t}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

Příklad: směnné kurzy

- Uvažujme směnné kurzy mezi americkým dolarem a 23 dalšími měnami v časovém období 13. 3. 2001 – 11. 3. 2003.

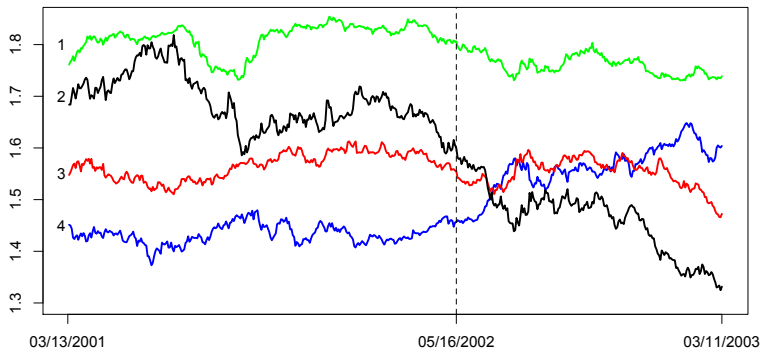
Příklad: směnné kurzy

- Uvažujme směnné kurzy mezi americkým dolarem a 23 dalšími měnami v časovém období 13. 3. 2001 – 11. 3. 2003.
- $N = 23$ panelů, každý s $T = 500$ pozorováními

Příklad: směnné kurzy

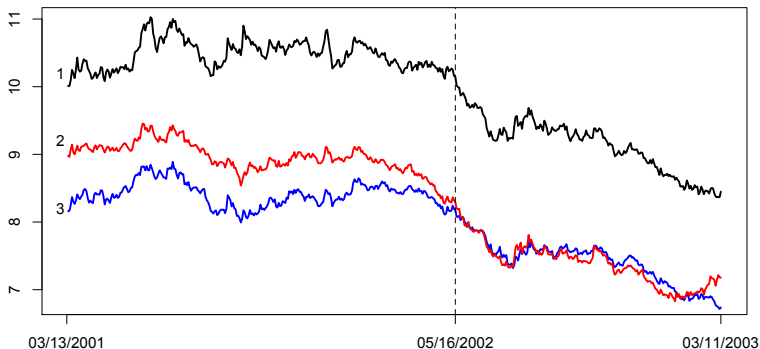
- Uvažujme směnné kurzy mezi americkým dolarem a 23 dalšími měnami v časovém období 13. 3. 2001 – 11. 3. 2003.
- $N = 23$ panelů, každý s $T = 500$ pozorováními
- Estimation of the time of change in panel data; Horváth, Hušková, Rice and Wang (2015)

Vývoj směnných kurzů I



- 1 - britská libra, 2 - singapurský dolar, 3 - kanadský dolar, 4 - švýcarský frank, vzhledem k americkému dolaru

Vývoj směnných kurzů II



- 1 - dánská koruna, 2 - norská koruna, 3 - švédská koruna, vzhledem k americkému dolaru

- Testová statistika

$$V = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

- Testová statistika

$$V = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

- Hypotézu nepřítomnosti změny průměru (silně) zamítáme.

Testování bodu změny I

- Testová statistika

$$V = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

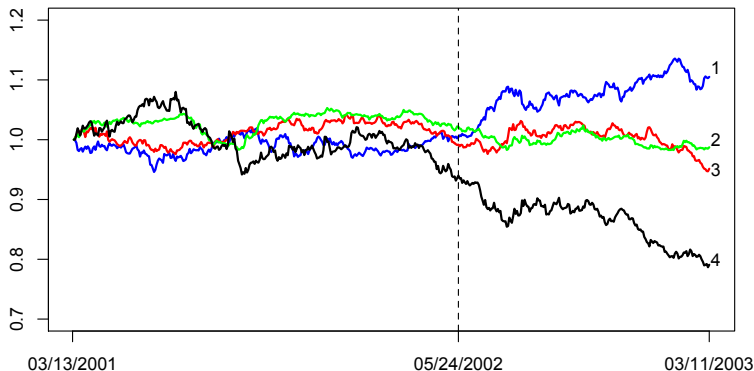
- Hypotézu nepřítomnosti změny průměru (silně) zamítáme.
- Odhadované datum změny 16. 5. 2002 ($t = 297$)

- Testová statistika

$$V = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

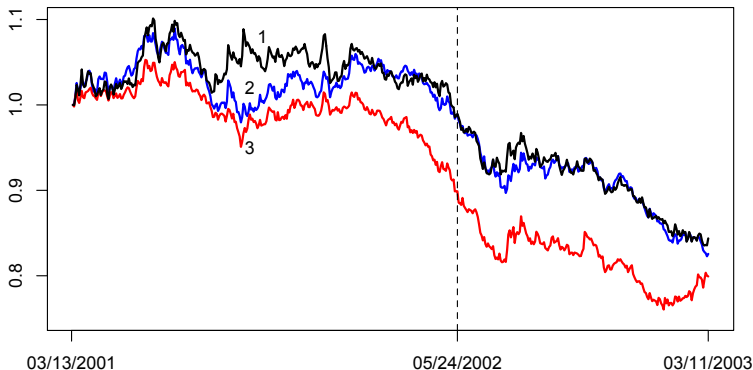
- Hypotézu nepřítomnosti změny průměru (silně) zamítáme.
- Odhadované datum změny 16. 5. 2002 ($t = 297$)
 - Konfidenční intervaly o spolehlivostech 99%, 95%, 90% obsahují pouze tento bod.

Vývoj relativních směnných kurzů I



- 1 - britská libra, 2 - singapurský dolar, 3 - kanadský dolar, 4 - švýcarský frank, vzhledem k americkému dolaru

Vývoj relativních směnných kurzů II



- 1 - dánská koruna, 2 - norská koruna, 3 - švédská koruna, vzhledem k americkému dolaru

- Testová statistika

$$V = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

- Testová statistika

$$V = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

- Hypotézu nepřítomnosti změny průměru zamítáme.

Testování bodu změny II

- Testová statistika

$$V = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

- Hypotézu nepřítomnosti změny průměru zamítáme.
- Odhadované datum změny 24. 5. 2002 ($t = 303$)

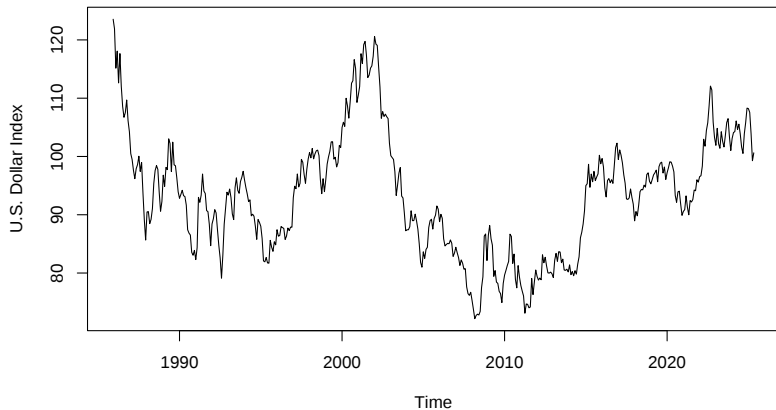
Testování bodu změny II

- Testová statistika

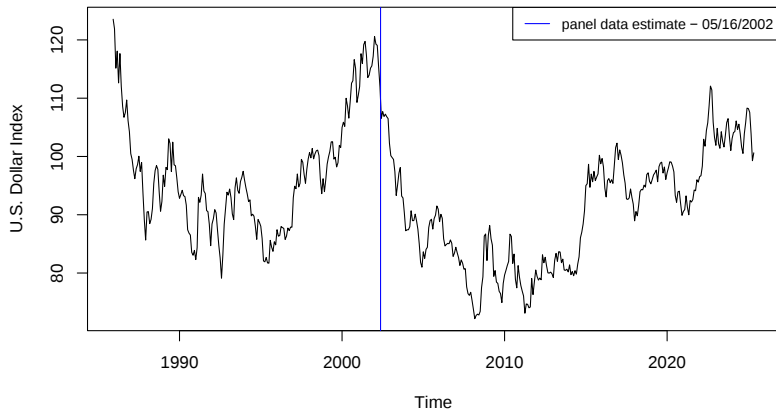
$$V = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

- Hypotézu nepřítomnosti změny průměru zamítáme.
- Odhadované datum změny 24. 5. 2002 ($t = 303$)
- Intervaly spolehlivosti:
 - 99%: [274, 371]
 - 95%: [287, 341]
 - 90%: [292, 330]

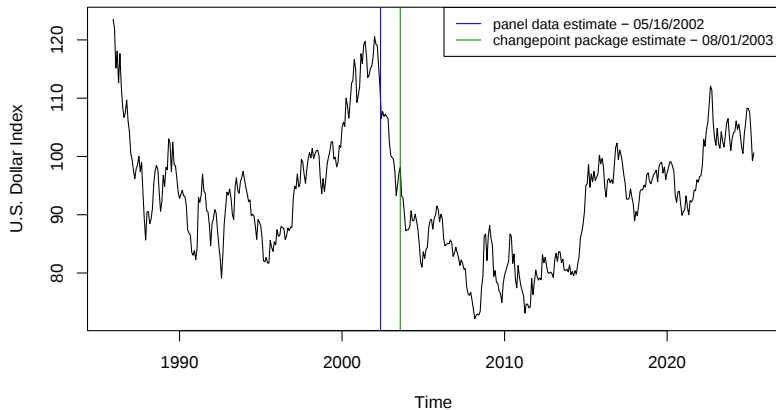
Changepoint Detection



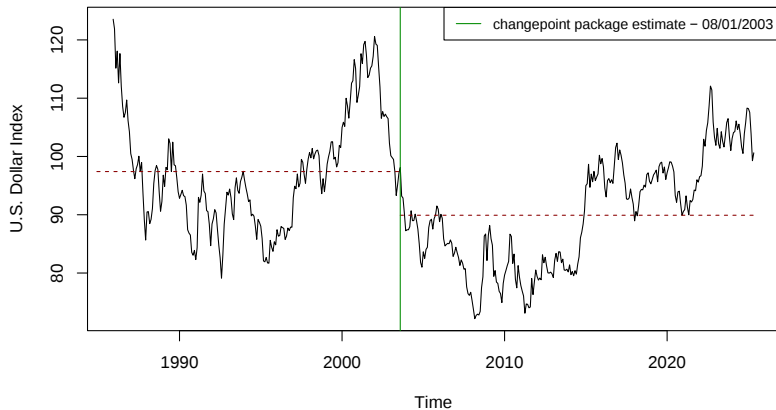
Changepoint Detection



Changepoint Detection



Changepoint Detection



Příklad: makroekonomická data USA

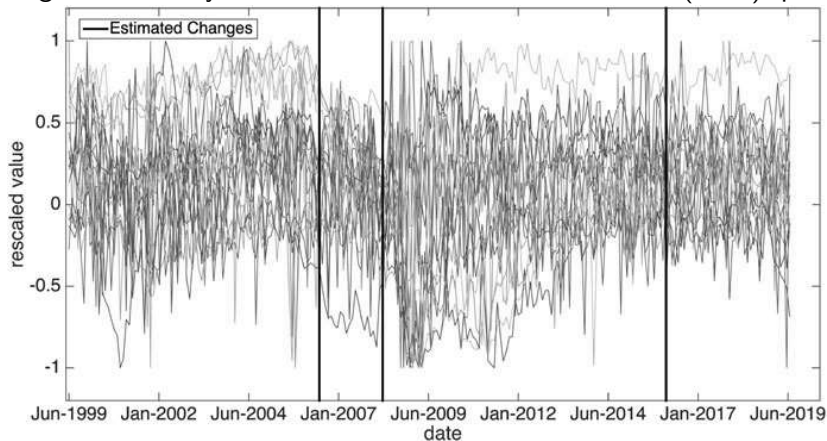
- Datová sada FRED–MD (Federal Reserve Economic Database - Monthly Data) v časovém období červen 1999 - červen 2019

Příklad: makroekonomická data USA

- Datová sada FRED–MD (Federal Reserve Economic Database - Monthly Data) v časovém období červen 1999 - červen 2019
- $N = 128$ panelů, každý s $T = 241$ pozorováními

20 náhodně vybraných řad z panelu

Change Point Analysis for Time Series; Horváth and Rice (2024), p. 412



Detekované změny ve FRED-MD datech

- Použité testové statistiky:

$$\mathcal{V}_{N,T}^{(1)} = \sup_{u \in [0,1]} |\bar{V}_{N,T}(u)|$$

$$\mathcal{V}_{N,T}^{(2)} = \sup_{u \in [0,1]} |V_{N,T}(u)|$$

Change Point Analysis for Time Series; Horváth and Rice (2024), p. 413

Tests	1st change	Event	2nd change	Event	3rd change	Event
$\mathcal{V}_{N,T}^{(1)}$	Aug/03 (0.00)	Labor market recover	Mar/08 (0.01)	Federal bailout	Aug/12 (0.04)	Unemployment rate bottom
$\mathcal{V}_{N,T}^{(2)}$	Jun/06 (0.00)	Housing boom end	Mar/08 (0.00)	Federal bailout	Jan/16 (0.00)	Growth rate decrease

- Detekované změny a příslušné významné události s odhadnutými p-hodnotami v závorkách.