

## Zápočtová písemka STP144 – 14. 11. 2005

1. Náhodný vektor  $(X, Y)$  nabývá hodnot  $(-5, -3)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(3, 5)$  s pravděpodobností  $\frac{1}{24}$ , hodnot  $(-2, -6)$ ,  $(1, -3)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(6, 2)$  s pravděpodobností  $\frac{1}{8}$  a hodnoty  $(5, 1)$  s pravděpodobností  $\frac{3}{8}$ .
  - a) Jsou náhodné veličiny  $X$ ,  $Y$  nezávislé?
  - b) Jsou náhodné veličiny  $|X + Y|$ ,  $X - Y$  nezávislé?
2. Nechtě náhodné veličiny  $X$  a  $Y$  jsou nezávislé a mají exponenciální rozdělení s intenzitou 1. Spočtete sdruženou hustotu náhodného vektoru  $(X + Y, Y/X)$ . Jsou náhodné veličiny  $X + Y$  a  $Y/X$  nezávislé?
3. Nechtě náhodná veličina  $X$  má rovnoměrné rozdělení na intervalu  $(-1, 1)$  a náhodná veličina  $Y$  má rovnoměrné rozdělení na intervalu  $(0, 1)$ . Označme  $U = |XY|$  a  $V = Y^2$ . Za předpokladu, že  $X$  a  $Y$  jsou nezávislé:
  - a) určete sdruženou hustotu  $(U, V)$ ,
  - b) určete marginální hustotu náhodné veličiny  $U$ ,
  - c) rozhodněte, zda  $U$  a  $V$  jsou nezávislé.
4. Mějme náhodné veličiny  $X$  a  $Y$ . Rozhodněte, zda platí následující tvrzení:
  - a) Pokud jsou  $X$  a  $Y$  nezávislé, pak  $X^2$  a  $Y^2$  jsou nezávislé.
  - b) Pokud jsou  $X^2$  a  $Y^2$  nezávislé, pak  $X$  a  $Y$  jsou nezávislé.