

MATEMATICKÁ ANALÝZA 2 - LETNÍ SEMESTR 2024–2025
POČETNÍ PŘÍKLADY KE CVIČENÍ

LUBOŠ PICK

1. VYŠETŘOVÁNÍ KONVERGENCE ČÍSELNÝCH ŘAD S NEZÁPORNÝMI ČLENY

Příklad 1.1. Zjistěte, zda konvergují (divergují) řady:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 3n + 4}{2n^2 + 5}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} \frac{1}{5^n}.$$

Příklad 1.2. Zjistěte, zda následující řady konvergují:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 5} - \sqrt[3]{n^2 + 1}}{\sqrt[4]{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n+1}\sqrt{2n+3}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n + 3^n}.$$

Příklad 1.3. Vyšetřete konvergenci následujících řad:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{n^2}}, \quad \sum_{n=3}^{\infty} \frac{3}{2^n - 2n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-1)^n n}{3^n + (-1)^n n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n^3 - 1}).$$

Příklad 1.4. Vyšetřete konvergenci následujících řad:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{4^n + 5^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 3n + 4}{(2n^2 + 5)^2}.$$

Příklad 1.5. Určete pro která $z \in \mathbb{R}$ následující řady konvergují:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 z^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} z^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} z^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} z^n.$$

Příklad 1.6. Určete pro která $z \in \mathbb{R}$ následující řady konvergují:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} z^n}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n+1}}{2n+1}.$$