

Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 3

Exponenciální a logaritmické rovnice

Najděte všechna reálná čísla x splňující danou rovnici. Vždy určete přesnou hodnotu (vyjádřenou matematickým výrazem), a pokud nebude celočíselná, napište její přibližnou hodnotu zaokrouhlenou na tři až čtyři platné číslice. Bez kalkulačky byste měli určit všechna řešení, pouze pro výpočet numerické hodnoty v př. 3, 17 a 18 potřebujete kalkulačku.

1. $3^x = 81$

2. $2^x = \frac{1}{64}$

3. $5^x = 17$

4. $10^{x-2} = 1000$

5. $\log_2 x = 10$

6. $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}$

7. $3 \cdot (4^x + 9^{x+1}) = 2 \cdot (3 \cdot 4^{x+1} - \frac{9^{x+1}}{4})$

8. $\ln(x+3) - \ln(x-1) = \ln 5$

9. $\ln(x+1) + \ln(x-1) - \ln(x-2) = \ln 8$

10. $\ln(2x-3) + \ln(3x) = \ln(8x-12)$

11. $3 \log_6(2) + \log_6(x+1) = 1 + \log_6(x+2)$

12. $\log_4(x+1) + \log_4(x+6) = 2 \log_4(x+3)$

13. $\sqrt[2x]{2^{3x+1}} = \sqrt[3]{32}$

14. $3^3 \cdot 27^{2x-3} = 81^{3x-5}$

15. $\log_{10}(x+5) - \log_{10}(x-1) = 1 - \log_{10} 5$

16. $\sqrt[2x+4]{4^{x+8}} = \sqrt[4]{64}$

17. Banka nabízí na spořicí účtu stálý úrok z vkladů 2% p.a. Vložíme-li na něj 10000 Kč, kolik bude činit celková částka na spořicí účtu za 5 let?

18. Pavel si vzal hypotéční úvěr s úrokem 4% p.a., předpokládejme, že tato úroková sazba se po celou dobu nebude měnit. Kolik let bude splácet, víme-li, že bance nakonec zaplatí 1,8-násobek vypůjčené částky?

Řešení:

1. 4. 2. -6. 3. $\log_5 17 = \frac{\ln 17}{\ln 5} \doteq 1,76$. 4. 5. 5. 1024. 6. -1. 7. $-\frac{1}{2}$.
8. 2. 9. 3; 5. 10. Nemá řešení, protože nalezené kořeny $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}$ leží mimo definiční obor některých zadaných výrazů. 11. 2. 12. 3. 13. 3. 14. $\frac{7}{3}$. 15. 7. 16. 10. 17. 11040,8 Kč. 18. 15 let.