

**Mathematics for Economists I**  
**Problems 5**  
**Limits of a function**

Find the limit of the given function in the given point(s).

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-3}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 0$ , d)  $x \rightarrow 3+$ , e)  $x \rightarrow 3-$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4-x}{x}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 0+$ , d)  $x \rightarrow 0-$ , e)  $x \rightarrow 3$
3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{2-x}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 2+$ , d)  $x \rightarrow 2-$ , e)  $x \rightarrow -2$
4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2}{2-x}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 2+$ , d)  $x \rightarrow 2-$ , e)  $x \rightarrow 0$
5.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^6-5}{x+3}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow -3+$ , d)  $x \rightarrow -3-$ , e)  $x \rightarrow 1$
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^2}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 0+$ , d)  $x \rightarrow 0-$ , e)  $x \rightarrow 1$
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+1}{x^4+3}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 0$
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 - 4x^2 + 8x - 3$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 0$
9.  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 - 1}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 1+$ , d)  $x \rightarrow -1-$ , e)  $x \rightarrow 0$
10.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x+3}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$
11.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+5}}{x-1}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 1+$ , d)  $x \rightarrow 1-$
12.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x+5}{\sqrt{x^2-9}}$ , for a)  $x \rightarrow +\infty$ , b)  $x \rightarrow -\infty$ , c)  $x \rightarrow 3+$ , d)  $x \rightarrow -3-$ , e)  $x \rightarrow 3-$ , f)  $x \rightarrow -3+$

**Solutions:**

1. a) 1, b) 1, c)  $-\frac{2}{3}$ , d)  $+\infty$ , e)  $-\infty$ ,
2. a)  $-1$ , b)  $-1$ , c)  $+\infty$ , d)  $-\infty$ , e)  $\frac{1}{3}$
3. a)  $-2$ , b)  $-2$ , c)  $-\infty$ , d)  $+\infty$ , e)  $-\frac{5}{4}$
4. a)  $-\infty$ , b)  $+\infty$ , c)  $-\infty$ , d)  $+\infty$ , e) 1
5. a)  $+\infty$ , b)  $-\infty$ , c)  $+\infty$ , d)  $-\infty$ , e)  $-1$
6. a) 0, b) 0, c)  $-\infty$ , d)  $-\infty$ , e) 0
7. a) 0, b) 0, c)  $\frac{1}{3}$
8. a)  $+\infty$ , b)  $-\infty$ , c)  $-3$
9. a)  $+\infty$ , b)  $+\infty$ , c) 0, d) 0, e) not defined (0 is outside the  $D_f$  and is not an endpoint of  $D_f$ )
10. a)  $+\infty$ , b)  $-\infty$
11. a) 1, b)  $-1$ , c)  $+\infty$ , d)  $-\infty$
12. a) 4, b)  $-4$ , c)  $+\infty$ , d)  $-\infty$ , e)+f) not defined (in both cases is  $x$  outside of  $D_f$ )