

Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 9

Tečna funkce v bodě

1. Parabola je zadána jako graf funkce $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$. Určete body $x_0 \in \mathbb{R}$, v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = kx + q$ se směrnici $k = -1$. V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu q a napište rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto parabolu s vyznačenými průsečíky s osami, vrcholem a se zadanou tečnou.

2. Parabola je zadána jako graf funkce $f(x) = 3x^2 + x - 2$. Určete body $x_0 \in \mathbb{R}$, v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = kx + q$ se směrnici $k = -5$. V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu q a napište rovnici příslušné tečny. Načrtněte tuto parabolu s vyznačenými průsečíky s osami, vrcholem a se zadanou tečnou.

3. Nechť $f(x) = x^2 + bx + c$. Určete hodnoty koeficientů b, c tak, aby funkce f měla v bodě $x_0 = 4$ tečnu $y = 5x - 26$. Pro tyto spočtené hodnoty b, c načrtněte příslušnou parabolu včetně průsečíků s osami, vrcholu paraboly a zadané tečny.

4. Nechť $f(x) = x^2 + bx + c$. Určete hodnoty koeficientů b, c tak, aby funkce f měla v bodě $x_0 = 3$ tečnu $y = -2x + 3$. Pro tyto spočtené hodnoty b, c načrtněte příslušnou parabolu včetně průsečíků s osami, vrcholu paraboly a zadané tečny.

5. Je dána funkce $f(x) = x^2 + 4x + 6$. Určete body x_0 , v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = ax + b$ se směrnici $a = -2$. V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu b a napište rovnici příslušné tečny. Parabolu i tečnu načrtněte.

6. Je dána funkce $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x$. Určete body x_0 , v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = ax + b$ se směrnici $a = 1$. V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu b a napište rovnici příslušné tečny.

7. Ve funkci $f(x) = x^3 + cx^2 - 7x + d$ určete koeficienty c, d tak, aby f měla v bodě $x_0 = 2$ tečnu $y = x + 2$.

8. Nechť $f(x) = x^3 - 2x^2 - 13x + d$. Určete, pro která $d \in \mathbb{R}$ má f tečnu $y = 2x + 2$ a ve kterých bodech se tak stane.

Řešení:

1. $x_0 = 1, y = -x + 4$

2. $x_0 = -1, y = -5x - 5$

3. $b = -3, c = -10$

4. $b = -8, c = 12$

5. $x_0 = -3, b = -3$, tečna $y = -2x - 3$.

6. dvě řešení: $x_0 = 1, b = 4$, tečna $y = x + 4$; $x_0 = 3, b = 0$, tečna $y = x$.

7. $c = -1, d = 14$.

8. dvě řešení: $x = 3, d = 38$; $x = -\frac{5}{3}, d = -\frac{346}{27}$.

