

Projektivní geometrie I – požadavky ke zkoušce (ZS 2023/24)

Vyžadována je znalost:

1. základních používaných pojmů,
2. všech konstrukcí včetně jejich praktického provedení (viz níže),
3. znění vět, které jsou používány v konstrukcích, nikoli jejich důkazy.

Jádrem zkoušky jsou konstrukce. Student dostane zadáno několik konstrukcí (2-3, podle obtížnosti), připraví si jejich provedení s vysvětlením, které prokáže jeho znalost používaných pojmů a znalost znění vět, na kterých konstrukce stojí. Důkazy vět nebudou zkoušeny. Provedení přesně, s pravítkem, popřípadě s kružítkem.

Konstrukce mají 1–4 hvězdičky, podle (mé subjektivní) obtížnosti. Konstrukce s jednou hvězdičkou nebudou zkoušeny samostatně, jsou obvykle součástí složitějších konstrukcí.

Seznam konstrukcí:

1. Konstrukce zadaného dělicího poměru. *
2. Konstrukce čtvrtého harmonického bodu; duálně čtvrté harmonické přímky. *
3. Projektivní škála na přímce (celočíslné body); duálně na svazku přímek. **
4. Doplnění projektivních soustav nesoumírných v bodové i v přímkové verzi. **
5. Doplnění projektivních soustav soumírných v bodové i v přímkové verzi. ***
6. Spojení bodu s nepřístupným průsečíkem přímek. **
7. Průsečík přímky s nenaryšovanou spojnicí dvou bodů. **
8. Doplnění projektivity dané dvěma samodružnými body a jedním párem. ***
9. Sestrojení druhého samodružného bodu projektivity dané 1 samodružným bodem a 2 páry. ***
10. Určit druhý samodružný bod involuce určené jedním samodružným bodem a jedním párem, duálně pro involuci svazku přímek. **
11. Doplnění bodové involuce dané dvěma páry bodů, duálně pro involuci svazku přímek. ***
12. Konstrukce bodové kčky (tj. úloha doplnit libovolné množství bodů kčky, tedy aspoň jeden její bod) určené 5 podmínkami, tj.
 - a) 5 body, ***
 - b) 4 body + tečnou v 1 bodě, **
 - c) 3 body + tečnami ve 2 bodech. **
13. Konstrukce tečny v 1 bodě při zadání kčky 5 body. **
14. Doplnění projektivity bodových soustav na bodové kčce. **

15. Konstrukce tečny v bodě křivky, jsou-li zadány další dva body a tečny v nich (pomocí 4. harmonické přímky). ***
16. Konstrukce tečnové křivky (tj. úloha doplnit libovolné množství tečen křivky, tedy aspoň jednu její tečnu) určené 5 podmínkami, tj.
 - a) 5 tečnami, ***
 - b) 4 tečnami s 1 bodem dotyku, **
 - c) 3 tečnami s 2 body dotyku. **
17. Konstrukce bodu dotyku na jedné tečně, je-li zadáno 5 tečen. **
18. Doplnění projektivity tečnových soustav na tečnové křivce. **
19. Konstrukce bodu dotyku na zadané tečně, jsou-li zadány další dvě tečny a jejich dotykové body (pomocí 4. harmonického bodu). ****
20. Nalezení středu úsečky v afinní rovině (tj. pomocí rovnoběžnosti). *
21. Sestrojení středu elipsy / hyperboly dané 5 body. ****
22. Sestrojení hyperboly (včetně asymptot a středu), je-li dáno:
 - a) 3 body a oba směry asymptot, ***
 - b) 4 body a 1 směr asymptoty, **
 - c) 3 body + 1 asymptota, **
 - d) 1 asymptota + 3 tečny. **
23. Sestrojení paraboly ze 4 tečen. **
24. Sestrojení směru průměrů (=směru osy) paraboly zadané 4 tečnami. ***
25. K parabole, dané 4 tečnami, sestrojiti tečnu s předem daným směrem. ***
26. Sestrojení paraboly ze 3 tečen s 1 bodem dotyku. **
27. Sestrojení paraboly ze 3 bodů a směru osy. **
28. Konstrukce kružnice (tj. bez kružítka), zadané:
 - a) 3 body, *
 - b) 2 body + tečnou v 1 bodě, *
 - c) 2 tečnami a 1 bodem dotyku, *
 - d) 3 tečnami. *
29. Vedení tečen ke kružnici z vnějšího bodu pomocí Thaletovy kružnice. *
30. Sestrojení samodružných bodů projektivity souměrných bodových soustav. ****
31. Sestrojení samodružných přímek projektivity souměrných přímkových soustav. ****

32. Určit průsečíky přímky s křivkou danou 5 body. ****
33. Určit tečny z bodu ke křivce dané 5 tečnami. ****
34. Sestrojit asymptoty hyperboly, dané 5 body. ****
Pomocí Pascalovy věty:
35. Křivka dána 5 body, přímka x prochází jedním z nich, najít druhý průsečík křivky a x . **
36. Křivka dána 5 body, sestrojit v jednom z nich tečnu. **
37. Sestrojit tečnu v bodě křivky, dané tímto bodem a dvěma dalšími body a tečnami v nich.
**
Pomocí Brianchonovy věty:
38. Křivka dána 5 tečnami, bod X leží na jedné z nich, najít druhou tečnu křivky z bodu X . **
39. Křivka dána 5 tečnami, sestrojit bod dotyku na jedné z nich. **
40. Sestrojit bod dotyku na tečnách křivky, dané touto tečnou a dvěma dalšími tečnami s body dotyku. **
41. Křivka dána pěti body, dán bod P , sestrojit jeho poláru vzhledem ke křivce. ***
42. Křivka dána pěti tečnami, dána přímka p , sestrojit její pól vzhledem ke křivce. ***
43. Sestrojit křivku z pólu P , poláry p a tří bodů A, B, C . **
44. Sestrojit křivku z pólu P , poláry p a tří přímek a, b, c . **
45. Sestrojit křivku z pol. trojúhelníka a dvou bodů. **
46. Sestrojit křivku z pol. trojúhelníka a dvou tečen. **
47. Konstrukce sdruženého pólu pomocí konstrukce geometrického průměru. **
48. Sestrojit křivku z páru sdružených omezených průměrů. **
49. Sestrojit křivku z omezeného průměru AB , ze sdruženého průměru a bodu A' . **
50. Elipsa (hyperbola) je dána omezenými sdruženými průměry. Sestrojit k dané poláře pól a naopak. **
51. Sestrojit osy křivky, jsou-li dány dva páry neomezených sdružených průměrů. **
52. Sestrojit křivku včetně os, jsou-li dány tři body a střed. **
53. Sestrojit křivku včetně os, jsou-li dány tři tečny a střed. **
54. Sestrojit směr průměrů paraboly dané čtyřmi tečnami (2 způsoby: jeden z prvního ročníku a jeden pomocí rozpuštěné tětiny). **
55. Je-li dána parabola 4 tečnami a směr jejích průměrů, sestrojit k pólu poláru a naopak. **

56. Sestrojit parabolu ze dvou tečen, pólu a poláry. **

57. Určit osu paraboly dané čtyřmi tečnami. **

28.1.2024, L. Krump