

# Projektivní geometrie I – požadavky ke zkoušce (ZS 2021/22)

## Vyžadována je znalost:

1. základních používaných pojmů,
2. všech konstrukcí včetně jejich praktického provedení (viz níže),
3. znění vět, které jsou používány v konstrukcích, nikoli jejich důkazy.

Jádrem zkoušky jsou konstrukce. Student dostane zadáno několik konstrukcí (2-3, podle obtížnosti), připraví si jejich provedení s vysvětlením, které prokáže jeho znalost používaných pojmů a znalost znění vět, na kterých konstrukce stojí. Důkazy vět nebudou zkoušeny. Provedení přesně, s pravítkem, popřípadě s kružítkem.

Konstrukce mají 1–4 hvězdičky, podle (mé subjektivní) obtížnosti. Konstrukce s jednou hvězdičkou nebudou zkoušeny samostatně, jsou obvykle součástí složitějších konstrukcí.

## Seznam konstrukcí:

1. Konstrukce zadaného dělicího poměru. \*
2. Konstrukce čtvrtého harmonického bodu; duálně čtvrté harmonické přímky. \*
3. Projektivní škála na přímce (celočíslné body); duálně na svazku přímek. \*\*
4. Doplnění projektivních soustav nesoumírných v bodové i v přímkové verzi. \*\*
5. Doplnění projektivních soustav soumírných v bodové i v přímkové verzi. \*\*\*
6. Spojení bodu s nepřístupným průsečíkem přímek. \*\*
7. Průsečík přímky s nenaryšovanou spojnicí dvou bodů. \*\*
8. Doplnění projektivity dané dvěma samodružnými body a jedním párem. \*\*\*
9. Sestrojení druhého samodružného bodu projektivity dané 1 samodružným bodem a 2 páry. \*\*\*
10. Určit druhý samodružný bod involuce určené jedním samodružným bodem a jedním párem, duálně pro involuci svazku přímek. \*\*
11. Doplnění bodové involuce dané dvěma páry bodů, duálně pro involuci svazku přímek. \*\*\*
12. Konstrukce bodové kčky (tj. úloha doplnit libovolné množství bodů kčky, tedy aspoň jeden její bod) určené 5 podmínkami, tj.
  - a) 5 body, \*\*\*
  - b) 4 body + tečnou v 1 bodě, \*\*
  - c) 3 body + tečnami ve 2 bodech. \*\*
13. Konstrukce tečny v 1 bodě při zadání kčky 5 body. \*\*
14. Doplnění projektivity bodových soustav na bodové kčce. \*\*

15. Konstrukce tečny v bodě křivky, jsou-li zadány další dva body a tečny v nich (pomocí 4. harmonické přímky). \*\*\*
16. Konstrukce tečnové křivky (tj. úloha doplnit libovolné množství tečen křivky, tedy aspoň jednu její tečnu) určené 5 podmínkami, tj.
  - a) 5 tečnami, \*\*\*
  - b) 4 tečnami s 1 bodem dotyku, \*\*
  - c) 3 tečnami s 2 body dotyku. \*\*
17. Konstrukce bodu dotyku na jedné tečně, je-li zadáno 5 tečen. \*\*
18. Doplnění projektivity tečnových soustav na tečnové křivce. \*\*
19. Konstrukce bodu dotyku na zadané tečně, jsou-li zadány další dvě tečny a jejich dotykové body (pomocí 4. harmonického bodu). \*\*\*\*
20. Nalezení středu úsečky v afinní rovině (tj. pomocí rovnoběžnosti). \*
21. Sestrojení středu elipsy / hyperboly dané 5 body. \*\*\*\*
22. Sestrojení hyperboly (včetně asymptot a středu), je-li dáno:
  - a) 3 body a oba směry asymptot, \*\*\*
  - b) 4 body a 1 směr asymptoty, \*\*
  - c) 3 body + 1 asymptota, \*\*
  - d) 1 asymptota + 3 tečny. \*\*
23. Sestrojení paraboly ze 4 tečen. \*\*
24. Sestrojení směru průměrů (=směru osy) paraboly zadané 4 tečnami. \*\*\*
25. K parabole, dané 4 tečnami, sestrojiti tečnu s předem daným směrem. \*\*\*
26. Sestrojení paraboly ze 3 tečen s 1 bodem dotyku. \*\*
27. Sestrojení paraboly ze 3 bodů a směru osy. \*\*
28. Konstrukce kružnice (tj. bez kružítka), zadané:
  - a) 3 body, \*
  - b) 2 body + tečnou v 1 bodě, \*
  - c) 2 tečnami a 1 bodem dotyku, \*
  - d) 3 tečnami. \*
29. Vedení tečen ke kružnici z vnějšího bodu pomocí Thaletovy kružnice. \*
30. Sestrojení samodružných bodů projektivity souměrných bodových soustav. \*\*\*\*
31. Sestrojení samodružných přímek projektivity souměrných přímkových soustav. \*\*\*\*

32. Určit průsečíky přímky s kčkou danou 5 body. \*\*\*\*
33. Určit tečny z bodu ke kčce dané 5 tečnami. \*\*\*\*
34. Sestrojit asymptoty hyperboly, dané 5 body. \*\*\*\*  
Pomocí Pascalovy věty:
35. Kčka dána 5 body, přímka  $x$  prochází jedním z nich, najít druhý průsečík kčky a  $x$ . \*\*
36. Kčka dána 5 body, sestrojit v jednom z nich tečnu. \*\*
37. Sestrojit tečnu v bodě kčky, dané tímto bodem a dvěma dalšími body a tečnami v nich.  
\*\*  
Pomocí Brianchonovy věty:
38. Kčka dána 5 tečnami, bod  $X$  leží na jedné z nich, najít druhou tečnu kčky z bodu  $X$ . \*\*
39. Kčka dána 5 tečnami, sestrojit bod dotyku na jedné z nich. \*\*
40. Sestrojit bod dotyku na tečně kčky, dané touto tečnou a dvěma dalšími tečnami s body dotyku. \*\*

6.1.2022, L. Krump