

Projektivní geometrie II – stručný souhrn znalostí ke zkoušce (2020/21)

Vyžadována je znalost:

1. základních používaných pojmů,
2. všech konstrukcí včetně jejich praktického provedení (viz níže),
3. znění vět, které jsou používány v konstrukcích, nikoli jejich důkazy,
4. postupů řešení níže uvedených početních úloh z analytické geometrie.

Jádrem zkoušky jsou konstrukce a početní úlohy z analytické geometrie projektivit a kvadrik. V syntetické části student dostane zadáno několik konstrukcí (2-3, podle obtížnosti), připraví si jejich provedení s vysvětlením, které prokáže jeho znalost používaných pojmů a znalost znění vět, na kterých konstrukce stojí. Důkazy vět nebudou zkoušeny. Provedení je lepší přesně, tj. s pravítkem, popřípadě s kružítkem.

V analytické části bude zadány dva početní příklady.

Syntetická projektivní geometrie – seznam konstrukcí:

Sestrojit kčku z páru sdružených omezených průměrů.

Sestrojit kčku z omezeného průměru AB, ze sdruženého průměru a bodu A'.

Elipsa (hyperbola) je dána omezenými sdruženými průměry. Sestrojit k dané poláře pól a naopak.

Sestrojit osy kčky, jsou-li dány dva páry neomezených sdružených průměrů.

Sestrojit kčku včetně os, jsou-li dány tři body a střed.

Sestrojit kčku včetně os, jsou-li dány tři tečny a střed.

Sestrojit směr průměrů paraboly dané čtyřmi tečnami (2 způsoby: jeden z prvního ročníku a jeden pomocí rozpůlené tětivy).

Sestrojit parabolu ze dvou tečen, pólu a poláry.

Určit osu paraboly dané čtyřmi tečnami.

Konstrukce involuce se stejnými samodružnými elementy, jako má daná projektivita.

Dány osy elipsy s vrcholy, určit ohniska.

Dány osy hyperboly s vrcholy (a pomyslnými vrcholy), určit ohniska.

Jsou-li dána dvě ohniska a jeden s nimi nekolineární bod, sestrojit elipsu a hyperbolu s těmito ohnisky, které tímto bodem prochází.

Konstrukce ohniska paraboly zadané čtyřmi tečnami.

Konstrukce paraboly z vlastního ohniska a řídicí přímky.

Konstrukce paraboly z ohnisek a bodu.

Konstrukce paraboly z vlastního ohniska a dvou tečen.

Analytická projektivní geometrie:

K zadané projektivitě na $\mathbb{R}P^1$ nebo $\mathbb{R}P^2$ najít její samodružné body, na $\mathbb{R}P^2$ i samodružné přímky.

K dané kuželosečce určit tečny z daného bodu.

V $\mathbb{R}P^2$ určit projektivní i afinní typ kuželosečky Q , u singulárních určit vrchol $V(Q)$, a podle typu určit střed resp. směr osy, nevlastní body, asymptoty, přímky na kuželosečce.

Lukáš Krump, 14.5.2021