# Neeuklidovská geometrie – stručný souhrn znalostí ke zkoušce, ZS 2022/23

## Axiomatika

Axiomatická výstavba geometrie v rovině: co to jsou základní pojmy, axiomy, definice, věty, modely. Pět Euklidových axiomů (znát všechny). Hilbertovy axiomy (znát hrubé rozdělení a několik příkladů, jejich vztah k Euklidovým axiomům). Neutrální (=absolutní) geometrie versus euklidovská versus hyperbolická (vědět, kde platí některé uvedené věty). Jak do toho zapadá sférická geometrie? Pátý Euklidův axiom (znát jeho možné formulace a věty s ním ekvivalentní). Umět dokázat jednoduché tvrzení za použití Hilbertových axiomů.

## Historie

Znát několik důležitých jmen, jejich přínos, historické omyly a přibližnou dataci podstatných událostí (Euklides, Saccheri, Lobačevski, J. Bolyai, Gauss). Saccheri a jeho pokus dokázat 5. EA pomocí hypotézy tupého/ pravého/ ostrého úhlu (vědět zhruba, o co šlo, bez detailů důkazů).

## Neeuklidovská geometrie obecně a BK model

Izotropické body v eukl. rovině. Laguerrův vzorec (pro úhel euklidovských přímek – umět jej napsat a vysvětlit, co v něm vidíme). Kleinova klasifikace měření délek/úhlů (elipt., parab., hyperb.), jaké jsou v každém případě absolutní body a co lze říci o příslušné kvadratické formě. Zavedení míry (vzdálenosti, úhlu) pomocí Logaritmu dvojpoměru (napsat vzorec a vysvětlit, co v něm vidíme). Hyperbolická přímka: volba konstanty, omezení z ní plynoucí (tj. jak vypadá hyperb. přímka, co jsou absolutní body, jak je tomu s měřením vzdáleností).

Beltramiho-Kleinův model: popis modelu, vzájemné polohy přímek, Lobačevského axiom (=negace 5. EA). Shodnost úseček, konstrukce přenesení délky a rozpůlení úsečky. Jak se jeví délka úsečky v BK modelu? Úhly v BK modelu – jak se definují, jak se jeví. Kolmost přímek v BK modelu (jak se jeví kolmice, jak se zkonstruuje), existence společných kolmic. Deficit trojúhelníka, vzorec pro obsah trojúhelníka a jeho důsledky. Úhel rovnoběžnosti – o co jde, porovnání s euklidovskou situací, znát a vysvětlit vzorec.

První a druhá definice kružnice, tři druhy zobecněných kružnic. Co je to ekvidistanta k přímce? Tři druhy pohybu. Porovnání typů kružnic a pohybů se situací v euklidovské a eliptické/sférické geometrii.

## Poincarého polorovinný model, další modely

Definice přímek, úhlů, vzdáleností, základní konstrukce (přenesení délky, rozpůlení délky, sestrojení kolmice k přímce daným bodem), definice kružnice, konstrukce nalezení středu. Jak se zde jeví všechny tři druhy kružnic? Další modely Lobačevského roviny – stručný popis, vztahy mezi čtyřmi základními (promítání polosféry), jak se v nich jeví vzdálenosti a úhly.

## Poznámky

Soustřeďte se na výsledky, na konstrukce, na geometrickou představu, výpočty není nutné znát. Ze vzorců je třeba znát Laguerrův vzorec a analogický vzorec pro zavedení hyperbolické vzdálenosti resp. úhlu v BK modelu, zavedení vzdálenosti v polorovinném modelu na přímkách obou druhů. Dále vzorec pro úhel rovnoběžnosti, vzorec pro obsah trojúhelníka.

Nutné jsou implicitní znalosti lineární algebry a geometrie v rozsahu nutném k vysvětlení probírané látky, tj. zejména bilineární a kvadratické formy, matice a determinanty, projektivní prostory, dvojpoměr, homogenní souřadnice, kvadriky (tj. nebude výslovně zkoušeno, ale bez toho nelze některé věci z dané látky vysvětlit).

12.1.2023, L. Krump