

Cvičení č. 5: Limity funkcí I

1. Dokažte z definice, že:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} [x] = 1, \lim_{x \rightarrow 1^-} [x] = 0$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

2. Vypočtěte limity:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2-2x} - \frac{x}{x^2-4}\right)$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)\dots(1+nx)-1}{x}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100}-2x+1}{x^{50}-2x+1}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$

(j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$

Řešení:

2. (a) $\frac{1}{2}$; (b) 1; (c) $\frac{2}{3}$; (d) $-\frac{3}{8}$; (e) $\frac{n(n+1)}{2}$; (f) $\frac{49}{24}$; (g) $\frac{1}{2}$; (h) $-\frac{1}{4}$; (i) $\frac{2}{27}$; (j) $\frac{3}{2}$.