

NOFY152 MATEMATICKÁ ANALÝZA II

13. CVIČENÍ, 19.5.2025

Jan Kotrbatý

Nalezněte extrémy následujících funkcí vzhledem k dané vazbě:

1. $f(x, y) = xy, \quad x + y = 1,$
2. $f(x, y) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}, \quad x^2 + y^2 = 1,$
3. $f(x, y) = x^2 + y^2, \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$
4. $f(x, y, z) = x^m y^n z^p, \quad x + y + z = a, \quad m, n, p, a > 0,$
5. $f(x, y, z) = \sin x \sin y \sin z \quad x + y + z = \frac{\pi}{2}, \quad x, y, z > 0,$
6. $f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{x_i^p}, \quad \sum x_i = a, \quad p > 1, a \geq 0.$

Nalezněte maximum a minimum následujících funkcí na dané množině:

7. $f(x, y) = x - 2y - 3, \quad \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1\},$
8. $f(x, y) = x^2 - xy + y^2, \quad \{|x| + |y| \leq 1\},$
9. $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x + 16y, \quad \{x^2 + y^2 \leq 25\},$
10. $f(x, y, z) = x + y + z, \quad \{x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}.$

Ověřte, že následující rovnice jsou ve tvaru totálního diferenciálu a vyřešte je:

11. $(x^2 - y^2)y' + 2xy = 0,$
12. $(2y + xe^{-y})y' = e^{-y}.$