

NOFY152 MATEMATICKÁ ANALÝZA II

10. CVIČENÍ, 28.4.2025

Jan Kotrbatý

Spočtete následující limity, nebo ukažte, že limita neexistuje:

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2)^{x^2 y^2},$
2. $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow \infty} \frac{x+y}{x^2 - xy + y^2},$
3. $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow \infty} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4},$
4. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,a)} \frac{\sin xy}{x}, \quad a \in \mathbb{R},$
5. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2 + y^2},$
6. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)^2},$
7. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x+y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y},$
8. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^6 + y^6}{x^2 - y^2}.$

Spočtete parciální derivace následujících funkcí a vyšetřete jejich spojitost:

9. $f(x, y) = \ln(x + y),$
10. $f(x, y, z) = \cos x \cosh y,$
11. $f(x, y) = |x| \cdot |y|,$
12. $f(x, y) = (xy)^{\frac{1}{3}},$
13. $f(x, y) = (x^5 + y^5)^{\frac{1}{5}},$
14. $f(x, y, z) = x^{\frac{y}{z}}.$

15. Zjistěte, pro které hodnoty $\alpha \in \mathbb{R}$ má funkce

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^\alpha \sin \frac{1}{x^2 + y^2}$$

parciální derivace v bodě $(0, 0)$.