

NOFY152 MATEMATICKÁ ANALÝZA II

8. CVIČENÍ, 7.4.2025

Jan Kotrbatý

Vyšetřete konvergenci následujících mocninných řad pro $z \in \mathbb{C}$:

1. $\sum \frac{(z-3)^n}{n5^n}$
2. $\sum a^{n^2} z^n, \quad a > 0$
3. $\sum \frac{a^n + b^n}{n} z^n, \quad a, b \in \mathbb{R}$
4. $\sum \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} (z-1)^n$
5. $\sum \frac{z^n}{n^p}, \quad p \in \mathbb{R}$
6. $\sum \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!} z^n$
7. $\sum (-1)^n \left(\frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!}\right)^p z^n, \quad p \in \mathbb{R}$

Vyšetřete konvergenci následujících zobecněné mocninné řady pro $x \in \mathbb{R}$:

8. $\sum n^2 \left(\frac{3x}{2+x^2}\right)^n$

Pomocí mocninné řady vyřešte následující rovnici:

9. $x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right) y = 0$

Pro následující funkce nalezněte jejich Taylorovu řadu v nule, včetně intervalu konvergence:

10. $\sin^2 x$

11. $\sqrt{1+x^2}$

12. $\int_0^x \frac{\arctan t}{t} dt$

Sečtěte následující řady:

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$

14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}, \quad \text{pomocí } \arctan x$

16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+1)!}, \quad \text{pomocí } (1+x)e^{-x} - (1-x)e^x$