NOFY152 Matematická analýza II

3. cvičení, 3.3.2025

Jan Kotrbatý

Řešte následující diferenciální rovnice:

1. $y' = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$
2. $y' = \frac{1-x}{y}$
3. $y' = -\frac{e^x}{2y(1+e^x)}$
4. $y' = ay(b-y), \quad y(0) = y_0 \in (0, b)$
5. $y' = \sqrt{1-y^2}$
6. $y' = \frac{y \ln y}{\sin x}$
7. $y' = -\frac{2x\sqrt{1-y^2}}{y}$
8. $y' \operatorname{cotg} x + y = 2$
9. $y' = -\frac{x\sqrt{1-y^2}}{y\sqrt{1-x^2}}$
10. $y' = \frac{\sqrt{y^2+1}}{xy}$

11. Nalezněte všechna řešení rovnice

$$y'(2-e^x) = -3e^x \tan(y) \cos^2(y)$$

procházející bodem $(0, \frac{\pi}{4})$ splňující
(a) $y(\ln 3) = 0$ (b) $y(\ln 3) = \frac{\pi}{4}$ (c) $y(\ln 3) = \frac{\pi}{2}$

12. Kterými body $\mathbb{R}^2$ prochází právě jedno maximální řešení rovnice $xy' - y = 0$?

Řešte následující diferenciální rovnice:

13. $y'(x+y) = y - x$
14. $y' = 1 + 2\frac{y}{x}$
15. $y' = \frac{y}{x} - e^{\frac{y}{x}}$
16. $y' = \frac{y+\sqrt{xy}}{x}$
17. $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$
18. $y' = \frac{y}{x}(1 + \ln \frac{y}{x}), \quad y(1) = e^{-\frac{1}{2}}$