

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky



MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ  
FAKULTA  
Univerzita Karlova

---

prof. RNDr. Arnošt Komárek, Ph.D. & RNDr. Šárka Hudecová, Ph.D.

**NMAT362 Referativní seminář k bakalářské práci**

---

Letní semestr 2024–25

# 1

## Organizace semináře

## ● Docházka

- alespoň 9 účastí *ve stavu bdělosti a přičetnosti po alespoň 90 % doby semináře*
- případy hodné zvláštního zřetele (*dlouhodobá zdravotní nepřítomnost, vazba, ...*):  
individuální řešení

## ● Prezentace

- 2 vystoupení za semestr
- předem daný rozpis
- odevzdání souboru s prezentací (**PDF**) do Moodle v daný den **do 9:00**

## MY

- (1) **17.2.** Bakalářská práce, *jak na to, co se od práce i obhajoby očekává*
- (2) **24.2.** Základy L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xu, *šablona pro bakalářskou práci*
- (3) **3.3.** Prezentace práce u obhajoby, *šablona pro prezentaci, další aspekty obhajoby*
- (4) **10.3.** VOLNO, domácí příprava

## VY poprvé

- (5–8) **17.3., 24.3., 31.3., 7.4. (12:20), 7.4.** Prezentace: *téma práce, představení problému,*  
**6–10 minut.**
- 6 prezentací na seminář

## VY podruhé

- (10) **21.4.** Velikonoční pondělí
- (9, 11–13) **14.4., 28.4., 5.5., 12.5. (12:20), 12.5.** Prezentace: *(skoro)obhajoba,* **8–10 minut.**
- 6 prezentací na seminář

<https://dl1.cuni.cz/course/view.php?id=12027>

- Materiály ze semináře
- Odkazy na šablony, manuály apod.
- **Odevzdávání prezentací** (do 9:00 daného dne)

Většina (všechny) odkazy a materiály budou k nalezení též zde:

[https://msekce.karlin.mff.cuni.cz/~komarek/vyuka/2024\\_25/nmat362-2025.html](https://msekce.karlin.mff.cuni.cz/~komarek/vyuka/2024_25/nmat362-2025.html)

- PDF slidy (vytvořené pomocí systému  $\text{\LaTeX}$ ) + slovní komentář
- **Prezentace č. 1**
  - Úvod do problému: *Čím se budete v práci zabývat? Jaká je k tomu motivace? Co plánujete udělat?*
  - **6–10 minut** → zhodnocení/připomínky pedagoga
  - 6 prezentací na seminář
- **Prezentace č. 2**
  - Struktura prezentace pro obhajobu: *Pokud možno i nějaké výsledky...*
  - **8–10 minut** → dotazy z publika → zhodnocení/připomínky pedagoga
  - 6 prezentací na seminář
- U obou prezentací je vítána účast vedoucího práce

# 2

**Bakalářská práce, co určitě musíte vědět**

- **Obecně pro MFF UK**, [www.mff.cuni.cz](http://www.mff.cuni.cz)

STUDENTI → BC. A MGR. STUDIUM

→ Státní závěrečné zkoušky: Bakalářské a diplomové práce

<https://www.mff.cuni.cz/cs/studenti/bc-a-mgr-studium/bakalarske-a-diplomove-prace>

- **Specificky pro matematické programy, stránky **matematické sekce**,**

<https://www.mff.cuni.cz/cs/math/>

PRO STUDENTY → BAKALÁŘSKÉ PROGRAMY → Bakalářské práce, obhajoby a státnice

<https://www.mff.cuni.cz/cs/math/pro-studenty/bc-prog/bc-prace>



<https://www.mff.cuni.cz/cs/math/pro-studenty/bc-prog/bc-prace/bc-standardy>

## Standardy bakalářské práce

*Tento dokument formuluje věcné požadavky na bakalářské práce pro odborné (neučitelské) matematické obory. Jeho účelem je usnadnit posuzování vhodnosti navržených bakalářských témat, dát studentům a vedoucím vodítka pro přípravu práce a stanovit rámcová kritéria pro psaní posudků vedoucích i oponentů a pro hodnocení práce při obhajobě.*

### 1. Účel bakalářské práce


Hlavním účelem bakalářské práce je

- samostatně rozvinout nebo aplikovat znalosti z bakalářského studia, zejména znalosti vyučované v rámci povinné a povinně volitelné výuky;
- písemnou formou důkladně a srozumitelně popsat zvolené postupy a dosažené výsledky;
- stručně a výstižně shrnout téma a jeho zpracování při ústní obhajobě.

Požadavky stanovené níže z těchto základních bodů vycházejí.

atd. atd. atd.

- Samostatně *rozvinout* nebo *aplikovat* znalosti z bakalářského studia, zejména znalosti vyučované v rámci *povinné a povinně volitelné* výuky;
- *Písemnou* formou důkladně a *srozumitelně* popsat zvolené postupy a dosažené výsledky;
- *Stručně a výstižně* shrnout téma a jeho zpracování při *ústní obhajobě*.

- Mělo by těsně *navazovat na* obsah některé z povinných/povinně volitelných přednášek;
  - Nemělo by vyžadovat *obsáhlé* studium literatury, viz též dále k rozsahu práce;
- 
- Témata bakalářských prací by na jednu stranu neměla předpokládat předchozí samostatné studium celé oblasti, která není pokryta bakalářskými předměty, a na druhou stranu by neměla obsahovat pouze to, co je v bakalářském studiu běžně vyučováno.
  - Téma, které vyžaduje hluboké studium pouze jednoho zdroje (článek, kapitola v monografii) je přípustné, pokud je zpracováno dostatečně podrobně a obsahuje vlastní příspěvek (viz níže).
    - patrně nejobvyklejší situace, počet hlavních zdrojových článků bývá obvykle 1 – 2
  - Aplikace, které vyžadují pouze triviální použití získaných znalostí, nejsou postačující.
    - např. toliko rutinní analýza dat v  není postačující

- Široce pojatá kompilační témata, která vyžadují studium a zpracování velkého množství pramenů, nejsou obvykle pro bakalářské práce vhodná.
    - bakalářská práce není diplomka natož dizertace. . .
  - Je možné zadávat omezený počet náročnějších témat, která překračují tyto požadavky, pokud je vedoucí prací přidělují pouze vysoce nadprůměrným studentům, kteří si jsou vědomi, že si zapisují nadstandardně obtížné téma.
- 
- Téma už teď všichni (snad) máte a musíte se s ním nějak popasovat.

Zahrnuje například:

- vlastní důkazy tvrzení nebo doplnění chybějících kroků v důkazech převzatých z literatury:
  - patrně nejčastější;
  - aby to bylo čitelné pro jiného (alespoň průměrného) studenta stejného oboru;
  - může vycházet primárně i z pouze jednoho (časopiseckého) zdroje;
- vlastní řešení příkladů zadaných vedoucím práce nebo převzatých z literatury;
- shrnutí a porovnání výsledků převzatých z několika různých pramenů;
- vlastní implementace numerické či výpočetní metody nebo algoritmu:
  - též simulační studie u stochasticky zaměřených prací;
- netriviální a tvůrčí aplikace znalostí pro řešení praktického problému:
  - např. Roman Králik (2023): *Kombinácia sensometrických a optometrických skúšok a analýz*.

- V textu práce musí být vysvětleno, v čem vlastní příspěvek autora spočívá.
- Za vlastní příspěvek se nepovažuje pouhé mechanické přepsání zdrojového textu s triviálními úpravami.
- Práce, která vychází pouze z jednoho zdroje, je postačující, pokud splňuje všechny ostatní požadavky.
- Práce nesmí obsahovat formulace doslova převzaté nebo doslovně přeložené z literatury (nevztahuje se na formulace definic, znění tvrzení a vět a podobně).

- Prokázání schopnosti *prezentovat rigorózním a korektním způsobem matematický text*.
  - Každá práce by měla mít aspoň jednu část, na níž student tuto schopnost prokáže.
- 

Nezapomeňte na

- korektní a matematicky přesné definice používaných pojmů;
- jednoznačné, jasně definované a včas zavedené značení;
- přesně a správně stanovené předpoklady jednotlivých tvrzení;
- úplné a matematicky správné důkazy tvrzení a vět.

- V bakalářské práci musí být citovány všechny použité zdroje.
  - Zdroje by měly být citovány tak, aby bylo jasné, z jakého zdroje každá část práce vychází a jakým způsobem jej doplňuje, zpracovává či upravuje.
  - Je-li citována kniha nebo monografie, citace by měla zahrnovat i kapitolu nebo stránku, nikoli pouze celou publikaci.
  - Formát, ve kterém se uvádějí citace a reference, by měl být v celé práci jednotný.
- 

- Technikálie citací: *Příští týden nad šablonou.*
- Kde brát zdroje: *Za chvíli.*



- Bakalářská práce nesmí obsahovat nepřiměřeně velké množství jazykových, typografických a formálních nedostatků (překlepy, pravopisné chyby, nesprávně sestavené věty, neúplné nebo nesprávné odkazy na literaturu).
- 

- Pokud práci píšete česky (slovensky, anglicky), měla by být napsána česky (slovensky, anglicky), viz základní a střední škola. . .
- K dalším formalitám: *Příští týden nad šablonou.*

- Závazný minimální ani maximální rozsah práce není stanoven.
- *Obvyklý* rozsah bakalářské práce by měl být **15 až 25 stran** textu od titulního listu až po reference.
- Neobvykle velkým rozsahem práce nelze kompenzovat ani omlouvat její zásadnější nedostatky, zejména absenci netriviálního vlastního příspěvku, prohřešky v matematické úrovni a četné jazykové a formální chyby.
  - románem to nezachráníte. . .

---

### *Poznámka pod čarou*

- Bakalářská práce je „oceněna“ **6 kredity** ( $\approx 20\%$  semestru, předmět 2/2, . . .)
- Diplomka má cenu **30 kreditů** ( $\approx$  celý jeden semestr)
- Dizertace je výsledkem 3–4 let práce
- Každý vedoucí i oponent by to měl vědět. . .

## 4. Zpracování posudků na bakalářskou práci

Posudky vedoucího práce a oponenta by měly mj. obsahovat vyjádření k následujícím otázkám:

- Bylo téma pro bakalářskou práci přiměřené a bylo pojato přiměřeným způsobem?
- Obsahuje práce vlastní příspěvek autora? V čem tento příspěvek spočívá? Je v práci dostatečně specifikován?
- Jaká je matematická úroveň práce? Obsahuje práce rigorózně a korektně zformulovaný matematický text?
- Jsou zdroje správně citovány? Je práce po formální stránce v pořádku?
- Lze práci uznat jako práci bakalářskou?

► K posudkům za chvíli a též za 2 týdny.

- *Rozšířit* si znalosti nad rámec obvyklého obsahu předmětů bakalářského studia (příslušného programu/oboru/zaměření);
- Prokázat *schopnost formulovat samostatně* konzistentní matematický text;
- Prokázat *porozumění* nabytým znalostem.

# 3

**Vedoucí práce, psaní práce**

### Vedoucí

- Navrhne téma práce;
- Poskytne hlavní výchozí literaturu (články, kniha);
- Má obvykle poměrně jasnou představu o struktuře práce (jaké kapitoly tam nejspíš budou) i jejím obsahu (čím budou ty kapitoly vyplněny);
- Poradí s problémovými místy (ale nečekejte, že má vše rozmyšleno do posledního  $\epsilon$ );
- Poskytne zpětnou vazbu.

## 2.2 Plug-in metoda věrohodnosti

Zde si představíme plug-in intervalový odhad pro korelační koeficient z článku (Hu a kol., 2020), který ~~muže být~~ <sup>bez</sup> jednoduše <sup>použit</sup> použit v praxi.

Pomocí korelačního koeficientu, pro zjednodušení zápisu dále pouze  $\rho$  místo  $\rho_{XY}$ , zjišťujeme korelaci dvou náhodných veličin. Mějme tedy dvojrozměrný náhodný výběr  $\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \end{pmatrix}$  z rozdělení  $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$  s distribuční funkcí  $F_0$ , se

skutečnými středními hodnotami  $\begin{pmatrix} \mu_X \\ \mu_Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E X \\ E Y \end{pmatrix}$  a kladnými konečnými roz-

ptyly  $\begin{pmatrix} \sigma_X^2 \\ \sigma_Y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{var} X \\ \text{var} Y \end{pmatrix}$ . Navíc využijeme toho, že  $\begin{pmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\sigma_X^2} \\ \sqrt{\sigma_Y^2} \end{pmatrix}$  značí směro-

datné odchylky rozdělení  $X$  a  $Y$ , a uvažujeme zde analogie definic z kapitoly 2.1 pro dvojrozměrný náhodný výběr.

Jelikož nás zajímá pouze korelační koeficient  $\rho$  a nepotřebujeme znát přesné rozdělení  $F_0$ , tak upravíme neparametrickou věrohodnost, aby nezáležela na

$F \in \mathcal{F}$ . Necht  $\mathbf{W}_i = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix}$  pro  $i = 1, \dots, n$ . Označme si  $\mathbf{p}_0 = (p_{0,1}, \dots, p_{0,n})$ , kde

$$p_{0,i} = F_0(\mathbf{W}_i) - F_0(\mathbf{W}_i-) = P_0(\mathbf{w} \leq \mathbf{W}_i) - P_0(\mathbf{w} < \mathbf{W}_i) \quad \text{pro } i = 1, \dots, n,$$

Takhle někde  
napsat.

8

Kde se tedy vzalo  
 $(x_i, y_i)^T$  ?

Z něj dále můžeme odvodit tvar intervalu o spolehlivosti  $1 - \alpha$  pro  $\rho$ . Nejprve jednoduchou úpravou vzorce z tvrzení 1 odečtením  $\rho$  od  $r_n$ , dostaneme, že

$$\sqrt{n}(r_n - \rho) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \mathcal{N}(0, (1 - \rho^2)^2).$$

K odvození z-transformace využijeme transformaci stabilizující rozptyl na předchozí výraz. Spočítáme tedy funkci  $g$ , která nám bude stabilizovat rozptyl, následujícím předpisem:

$$g(\rho) = c \int \frac{1}{\sqrt{(1 - \rho^2)^2}} = c \int \frac{1}{1 - \rho^2} = \frac{1}{2} c \ln \frac{1 + \rho}{1 - \rho},$$

kde  $c$  je libovolná konstanta. Transformace stabilizující rozptyl nám říká, že var  $g(\rho) = c^2$ , a tak položíme  $c = 1$ , abychom získali konvergenci k normovanému normálnímu rozdělení. A tedy  $g(\rho) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \rho}{1 - \rho} = \operatorname{arctgh} \rho$ . Poté pro  $Z(r_n) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + r_n}{1 - r_n}$  za použití  $\Delta$ -metody platí

$$\sqrt{n} \left( Z(r_n) - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \mathcal{N}(0, 1). \quad (1.1)$$

Odtud bychom již mohli vyjádřit intervalový odhad pro  $g(\rho)$  a následovně pro  $\rho$ , ale podařilo se ukázat, že malou úpravou získáme lepší asymptotické vlastnosti pro intervalový odhad.

Přenásobíme konvergenci 1.1  $1 = \frac{\sqrt{n-3}}{\sqrt{n-3}}$  a použitím Cramér-Sluckého věty dostaneme, že

$$\sqrt{n-3} \left( Z(r_n) - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \mathcal{N}(0, 1), \quad (1.2)$$



### Vedoucí **není a nedělá**

- Není spoluautorem práce;
- Není editorem/korektorem práce;
  - Nestačí jenom opravovat explicitně označené problémy;
  - Zejména často se opakující problémy mohou být označeny pouze při prvním (druhém) výskytu;
- Ne nutně kontroluje dopodrobna všechny výpočty a odvození;
  - I za matematické chyby, které v práci zůstanou, je odpovědný autor práce.

0. Rámcová informace o tématu (před zadáním práce).
1. Podrobnější informace o tématu, zadání materiálů k samostudiu (už snad máte za sebou).
2. Domluva/diskuze o struktuře práce.
3. Psaní práce, zasílání ucelených částí textu vedoucímu, získávání zpětné vazby, konzultace problematických míst.
  - Ke každé ucelené části textu lze očekávat nejvýše jednu podrobnější zpětnou vazbu;
    - Zpětnou vazbu nelze očekávat, natož vyžadovat, pokud ucelenou část zašlete vedoucímu poprvé týden a méně před datem odevzdání.
  - Není úkolem vedoucího kontrolovat, jak jste naložili s jeho připomínkami a komentáři (vedoucí není spoluautor a nenese odpovědnost za výsledné dílo);
  - Není úkolem vedoucího ukázat vám dopodrobna všechna odvození, kroky důkazů apod. (vedoucí není spoluautor. . . ).

4. Zaslání finální (nebo skoro finální) verze práce vedoucímu **několik dní (alespoň týden)** před termínem odevzdání

⇒ vedoucí (ne)udělí zápočet z předmětu **NMSA351 *Bakalářské konzultace***.

S uděleným zápočtem lze očekávat, že alespoň vedoucí **doporučí** ve svém posudku práci k obhajobě.

5. Konzultace prezentace pro obhajobu.

4. Zaslání finální (nebo skoro finální) verze práce vedoucímu **několik dní (alespoň týden)** před termínem odevzdání

⇒ vedoucí (ne)udělí zápočet z předmětu **NMSA351 *Bakalářské konzultace***.



S uděleným zápočtem lze očekávat, že alespoň vedoucí **doporučí** ve svém posudku práci k obhajobě.

5. Konzultace prezentace pro obhajobu.

**V žádném okamžiku by frekvence setkávání s vedoucím neměla být vyšší než jednou týdně.**

- Hlavní zdrojovou literaturu (1 – 2 články, kniha) typicky poskytne vedoucí práce;
- U bakalářské práce se neočekává rozsáhlá rešeršní část;
- S některými problematickými místy může pomoci další článek (kniha).
  - Velká nakladatelství: Springer, Sage, Wiley, Taylor & Francis, Elsevier, ...
  - Open Access versus předplatné
  - DOI číslo a odkaz typu <http://dx.doi.org/10.1007/s11222-023-10304-5>
  - JSTOR (<https://www.jstor.org/>, Log in through your library)
  - arXiv (<https://arxiv.org/>), medRxiv (<https://www.medrxiv.org/>)
  - vedoucí může mít též své zdroje

### OpenAI, ChatGPT, ...

- Nepoužívat k „psaní“ textu, ani „omáčky“;
  - Obvykle to není zcela správně a poukazuje to na nepochopení problematiky „autorem“ práce;
  - Poznává se to...
- Nepoužívat k tvorbě „analýzy dat“ (v ...);
  - Obvykle to vygeneruje „analýzu“, která řeší úplně jiný problém než má být řešen (případně neřeší vůbec nic);
  - Nebudete rozumět, co to dělá a ono se to pozná...
- Užitečné např.
  - Jak (technicky) udělat to či ono v  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ u;
  - Základ kódu v  pro nakreslení „složitého“ obrázku.

**4**

**Odevzdání práce**

## Vypracování bakalářské práce


[Standardy bakalářských prací na matematické sekci](#) (pro neučitelské obory)

Fakultní [Průvodce po bakalářské práci](#) (obsahuje také odkazy na příslušné předpisy)

### Nahrávání do SISu

- Obecný univerzitní [Návod pro uložení kvalifikační práce](#) [↗](#)
- Fakultní latexová šablona (dostupná na stránce fakultního Průvodce) obsahuje návod k vytvoření formátu PDF/A2u pomocí balíčku pdfx. I se správným použitím této šablony však výsledný soubor nemusí projít kontrolou v SISu. Vysvětlení možných problémů a tipy k jejich nápravě se dozvíte na stránce [Postřehy o práci s PDF/A](#) [↗](#) Mgr. Martina Mareše, Ph.D. z Katedry aplikované matematiky. Martin Mareš také provozuje [online konvertor](#) [↗](#) pro převod obrázků (častý důvod nekompatibility s formátem PDF/A) do formátu vyhovujícího normě PDF/A.
- Kontakty pro řešení případných potíží či nestandardních nároků na formát práce:
  - [PhDr. Petra Hoffmannová](#), fakultní [koordinátorka závěrečných prací](#)
  - [Mgr. Martin Mareš, Ph.D.](#), autor fakultní latexové šablony a znalec PDF/A



- Odevzdání pouze **elektronicky** do SIS;
- Formát **PDF/A**;
  - Zajistí **správně použitá** šablona, více příští týden.
- Povinnost přinést jeden **papírový** výtisk (sepnutý alespoň kroužkovou vazbou) k obhajobě;
  - Bez papírového výtisku nebude obhajoba umožněna;
  - Po obhajobě obdrží student výtisk práce zpět  
(pro uložení v knihovničce, na půdě, ve sběru...).
- Možnost nahrát do SISu elektronickou přílohu:
  - kulturně vypadající a okomentovaný  kód, ...;
  - Popis a účel elektronických příloh lze vložit do hlavní práce.

- Viz [Harmonogram akademického roku 2024/2025](#);
- Pro červnový termín obhajob: **středa 7. května 2025**  
⇒ přihlášení k SZZ v SISu do **středy 4. června 2025**
- Pro zářijový termín obhajob: **čtvrtek 17. července 2025**  
⇒ přihlášení k SZZ v SISu do **pátku 18. července 2025**
- Přihlašuje se zvlášť k obhajobě práce a k ústní části zkoušky.
- K termínu přihlášení se k SZZ (4.6., resp. 18.7.) je též zapotřebí splnit všechny studijní povinnosti nutné k přihlášení se k příslušné části SZZ  
(u bakalářského studia fakticky vše předepsané jako závazné pro daný program).

- Viz [Harmonogram akademického roku 2024/2025](#);
- Pro červnový termín obhajob: **středa 7. května 2025**  
⇒ přihlášení k SZZ v SISu do **středy 4. června 2025**
- Pro zářijový termín obhajob: **čtvrtek 17. července 2025**  
⇒ přihlášení k SZZ v SISu do **pátku 18. července 2025**
- Přihlašuje se zvláště k obhajobě práce a k ústní části zkoušky.
- K termínu přihlášení se k SZZ (4.6., resp. 18.7.) je též zapotřebí splnit všechny studijní povinnosti nutné k přihlášení se k příslušné části SZZ  
(u bakalářského studia fakticky vše předepsané jako závazné pro daný program).

**Přes termíny nejede vlak!**

- V SISu nejméně 5 pracovních dní před plánovaným termínem obhajoby.
- **Oponent**
  - Hlavní hodnotitel práce;
  - Obvykle již v posudku položí doplňující dotazy.
- **Vedoucí**
  - I vedoucí je **hodnotitelem** práce, nikoliv „advokátem“;
  - Více vyjádření ke spokojenosti s (průběžnou) prací studenta/studentky a schopnosti využít poskytnuté rady, konzultace, zpětné vazby. . . ;
  - Obvykle bez dodatečných dotazů.
- Kýžený závěr posudku (oponenta i vedoucího): „*doporučuji předloženou práci k obhajobě*“.
- Návrh známky **není** součástí posudku a v principu je neveřejný.  
To, zda se navrhovaná známka pohybuje v pásmu 1 – 2 nebo spíše 3 – 4 lze nicméně z posudku obvykle jasně vyčíst. . .

## SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce je věnována třídě rozdělení vhodných k modelování nezáporné odezvy. V první kapitole jsou stručně shrnuty potřebné pojmy z teorie pravděpodobnosti a je zde definováno klasické dvouparametrické gama rozdělení. Zobecněné gama rozdělení je zavedeno v kapitole druhé, kde jsou též odvozeny některé jeho základní vlastnosti (momenty apod.). Třetí kapitola diskutuje metody odhadu parametrů zobecněného gama rozdělení – metodu maximální věrohodnosti a momentovou metodu. Vybrané vlastnosti studovaných odhadů jsou empiricky, pomocí simulační studie, porovnány v kapitole čtvrté.

## CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

**Téma práce.** Téma navazuje na látku povinného kurzu *Statistika pro finanční matematiky*, kterou rozšiřuje. Cílem práce bylo popsat základní vlastnosti zobecněného gama rozdělení, jeho různé parametrizace a popsat metodu odhadu parametrů. Konstatují, že cíle bylo dosaženo.

**Vlastní příspěvek.** Vlastní příspěvek autora spočívá v přehledném shrnutí mnoha důležitých aspektů zobecněného gama rozdělení a v doplnění či rozšíření některých odvození. Vlastním příspěvkem autora je též samostatné provedení simulační studie, jejíž výsledky jsou představeny v kapitole 4.

**Matematická úroveň.** Matematické části textu jsou uváděny ve formě definic a tvrzení při konzistentním používání zavedeného značení. Práce obsahuje též vlastní matematická odvození. Hrubé chyby, mohu-li soudit, se v práci nevyskytují.

**Práce se zdroji.** Zdroje, z nichž práce vychází, jsou řádně citovány. Drobné nedostatky (např. „2., upravené vydání edition“, malá počáteční písmena v názvech anglických knih) v seznamu použité literatury lze přičíst autorově nekuženosti se systémem Bib<sub>T</sub>X. V případě časopiseckých zdrojů není zapotřebí uvádět ISSN časopisu či URL odkaz na jedno z míst, kde lze článek nalézt. Naopak je vhodné uvést DOI číslo zdroje.

**Formální úprava.** Formální úprava práce je na požadované úrovni. Zjevné překlepy nebo chyby se v práci vyskytují v míře zcela minimální až nulové. Autorovi bych nicméně vytknul umístění obrázků (např. obr. 2.1 na str. 8) i tabulek (např. tab. 4.9 a 4.10 na str. 25) „doprostřed“ textu. Krátký odstavec textu pod tab. 4.10 se čtenáři mírně ztrácí.

## ZÁVĚR

Jedná se o slušnou práci, kterou **doporučuji** uznat jako bakalářskou práci.

**Vlastní příspěvek.** Vlastní příspěvek autora spočívá do jisté míry v kompilaci metod z různých oblastí s potenciálem tyto shrnout ve formě koherentního a srozumitelného textu. Pouze částečně (spíše vůbec) se podařilo vytvořit text, který by byl srozumitelný pro (i lepšího) studenta 3. ročníku bakalářského programu *Obecná matematika*. Konstatuji, že bez poměrně pokročilé znalosti dané problematiky bych mnohdy ani já netušil, co chce autor danou pasáží čtenáři sdělit. Jako příklad uveďme první odstavec sekce 2.3, který měl patrně zavést model/problematiku lineární regrese:

*Jde o metodu, která aproximuje body křivkou viz (Yan a Su, 2009), a lze ji vyjádřit jako lineární kombinaci  $n$  zadaných funkcí. Tedy hledanou neznámou funkci budeme hledat různými metodami, v konkrétním určitém tvaru  $\hat{y} = f(z, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = \xi_1 f_1(z) + \xi_2 f_2(z) + \dots + \xi_n f_n(z)$ , kde reálný vektor neznámých ve tvaru  $[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n] \in \mathbb{R}^n$  a  $f_1, f_2, \dots, f_n$  jsou zadané funkce  $z$ -tu (často se za  $f_1$  bere konstantní funkce) a  $\hat{y}$  vyjadřuje predikovanou hodnotu pro dané  $z$ .*

Věřím nicméně, že autor si jednotlivé poznatky alespoň pro sebe utřídil. Souvislý text stvořen byl a lze ho prohlásit za vlastní příspěvek autora.

**Matematická úroveň.** Matematická úroveň textu je na mnoha místech bídná. Ne vždy je jasné, z čeho autor vychází, co předpokládá a co tvrdí. Vybírám z matematických nedostatků.

1. Za nejzásadnější problém považuji fakt, že autor téměř nerozlišuje situace, kdy se zabývá čistě řešením soustav rovnic (až do konce sekce 2.2), kde není žádná náhodnost a kdy (navíc) řeší problematiku odhadu parametrů a též statistických vlastností těchto odhadů (od sekce 2.3), kde je zapotřebí uvést též předpoklady o stochastickém chování jednotlivých veličin. V první řadě

⋮

5. Možná jde o detail, ale... V důkaze Tvzení 1 (str. 4) se používá klasický symbol pro jednoduchou derivaci (apostrofol/čárka). Je si autor vědom faktu, že v tomto případě je zapotřebí uvážit parciální derivace vzhledem k  $n$  složkám vektoru  $x$  a typicky  $n > 1$ ?
6. Úsměvný je výraz „*výchylka*“ používaný v práci pro (náhodou) odchylku.

**Práce se zdroji.** Zdroje, z nichž práce vychází, jsou citovány, ale... Seznam použité literatury na str. 25 trpí mnoha formálními nedostatky a nekonzistencemi, celkově se jedná o nedodělek. Začátky slov v názvech anglicky psaných knih jsou tu uvedeny s velkými písmeny (jak je obvyklé), tu s malými, u některých chybí místo vydání, u některých je uvedeno ISBN, u některých nikoliv. V případě odkazu na práci C. F. Bauma není vůbec zřejmé, že se jedná o učební text ke kurzu na jisté univerzitě. U internetových zdrojů není uveden datum přístupu. Není mi též zřejmé, co znamená „[u.a.], [2. print.]“ u odkazu Birkes a Dodge (1993).

**Formální úprava.** Formální úprava práce je nedobrá. V prakticky celé práci se na téměř každé straně vyskytuje několik z typově následujících nedostatků.

1. Náhodné střídání množného a jednotného čísla v obratech typu uděláme/udělám, např. „... *kde si nejdříve ukážeme, že je lze ekvivalentně přeformulovat, což nám usnadní vizualizaci problému a to předvedu na vytvořených obrázcích.*“ na str. 2 (a potom i dále).
2. Ne zcela spisovná vyjádření – hned v poděkování vedoucímu práce na str. ii autor děkuje za „*dávání cenných rad*“. Na str. 13 mě mírně děsí věta „*Uděláme substituci za ... a dostaneme funkci ... , která dělá lineární kombinaci funkcí ...*“. Některá vyjádření jsou až úsměvná, např. „*Proto musíme zvolit způsob, jako například (minimalizace  $\ell_2$ -normy) pro získání jednoho řešení, o kterém ani nevíme, zdali je způsob zvolený správně.*“ na str. 17.
3. Pravopisné chyby – interpunkční znaménka („*V této bakalářské práci se budeme zabývat, hledáním ideálního řešení soustav lineárních rovnic.*“ na str. 3), tečky za číslovkami („*Příklad 2.*

⋮

## OTÁZKY/TÉMATA K DISKUZI

1. V Tvzení 1 (str. 4) se předpokládá matice  $A$  s **nezávislými sloupci**. O jaký typ nezávislosti se zde jedná (stochastický?). V jakém kroku důkazu tento předpoklad využíváte?
2. Vysvětlete, co přesně myslíte vyjádřením „*V jednom z mých příspěvků bylo úplné podrobné rozepsání a doplněním definic v důkazu, že MNC generuje nejlepší nestranný lineární odhad.*“, které uvádíte v Závěru na str. 24.
3. Vysvětlete, co přesně myslíte vyjádřením „*Ukázali jsme, že MNC minimalizuje  $\ell_2$ -normu, kde jsem přispěl dokázání, že  $x_{MN}$  je kolmé na množinu řešení.*“, které uvádíte v Závěru na str. 24.

## ZÁVĚR

Jedná se o slabou práci, kterou nicméně ještě **doporučuji** uznat jako bakalářskou pro studijní program *Obecná matematika* na MFF UK.



- Místo pro vypořádání připomínek oponenta: **obhajoba**.
- O hodnocení práce rozhoduje **komise**, nikoliv oponent.
- Je zapotřebí přesvědčit o kvalitách práce **většinu komise**, nikoliv **jednoho oponenta**.
- Oponent má při rozhodování o známce hlas poradní (vždy),  
resp. jeden, je-li současně členem komise (totéž platí o vedoucím práce).
- Zejména u slabších prací je **obhajoba** klíčovým okamžikem, kdy se rozhodne...

- Místo pro vypořádání připomínek oponenta: **obhajoba**.
- O hodnocení práce rozhoduje **komise**, nikoliv oponent.
- Je zapotřebí přesvědčit o kvalitách práce **většinu komise**, nikoliv **jednoho oponenta**.
- Oponent má při rozhodování o známce hlas poradní (vždy),  
resp. jeden, je-li současně členem komise (totéž platí o vedoucím práce).
- Zejména u slabších prací je **obhajoba** klíčovým okamžikem, kdy se rozhodne...



**Ani s příznivým posudkem nepodceňujte obhajobu!**

- Odpovědi na otázky z posudku připravit k obhajobě (částečně přímo do prezentace, viz za 2 týdny).
- U obhajoby být připraven i na jiné otázky (opponenta, členů komise, hostů, ...).
- Oponenta kontaktovat před obhajobou nejvýše za účelem objasnění otázky (pokud se otázka zdá být nejasná), jinak **není důvod!**
- Nežádat dopředu oponenta o „schválení“ odpovědí!
  - **A takhle vám to bude stačit?**
- Lze požádat vedoucího práce o **konzultaci**  
≠ vedoucí vypracuje či odsouhlasí odpovědi.

- Odpovědi na otázky z posudku připravit k obhajobě (částečně přímo do prezentace, viz za 2 týdny).
- U obhajoby být připraven i na jiné otázky (oponenta, členů komise, hostů, ...).
- Oponenta kontaktovat před obhajobou nejvýše za účelem objasnění otázky (pokud se otázka zdá být nejasná), jinak **není důvod!**
- Nežádat dopředu oponenta o „schválení“ odpovědí!
  - A takhle vám to bude stačit?
- Lze požádat vedoucího práce o **konzultaci**  
≠ vedoucí vypracuje či odsouhlasí odpovědi.

---

**Vypořádání připomínek oponenta je součástí „zkoušky“ zvané **obhajoba bakalářské práce**, u které má být **komisí** hodnocen **student**, nikoliv vedoucí práce (či oponent).**

# 5

**Obhajoba práce**

- Viz [Harmonogram akademického roku 2024/2025](#);
- Červnový termín obhajob (i ústní části): **16. – 30.6.2025**
- Záříjový termín obhajob (i ústní části): **1. – 14.9.2025**
- Přesný termín určuje předseda komise, je zveřejněno v SISu, přihlášený student obdrží pozvánku.
- Červnový termín pro Obecnou matematiku/Stochastiku bude s pravděpodobností  $1 - \varepsilon$  v úterý **24. června**.

- Prezentace (PDF) a vystoupení trvající **nejvýše 10 minut**, možnost doplňovat křídou na tabuli (používat s mírou).
- Soubor s prezentací se obvykle zasílá e-mailem předsedovi komise s předstihem 1 – 3 dnů (pokyny v SISu nebo zašle předseda komise).
- Jedná se o **obhajobu**, nikoliv o přednášku na jisté téma.
  - stručné shrnutí obsahu práce;
  - hlavní myšlenky a **vlastní přínos studenta**;
  - **nejvýše implicitní** vypořádání (některých) připomínek oponenta.
- Nečíst z papíru, ale ani nrecitovat jako přednes básně.
- Snaha o přirozený projev, s nervozitou se počítá.
- Více viz za 2 týdny.

- Obvykle dopoledne ve stejný den jako ústní část (pokud se k ní student přihlásil) podle dopředu stanoveného časového harmonogramu.
  1. Předseda komise představí studenta a zahájí obhajobu.
  2. Student přednese svou prezentaci.
  3. Vedoucí a oponent shrnou své posudky (jsou-li nepřítomni, posudky shrne předseda komise).
  4. Oponent pokládá své dotazy, vyjadřuje připomínky, student odpovídá, vyjadřuje se k nim.
    - Reakce/odpovědi na připomínky z posudku vyžadující více než jednu holou větu je vhodné mít připravené na slajdech umístěných na konci prezentačního souboru.
  5. Další členové komise či hosté kladou (při moderaci předsedou komise) dotazy a student na ně reaguje.
  6. Uzavřené zasedání komise, kde je rozhodnuto o známce.
  7. Student je seznámen s hodnocením.



# 6

**Státní závěrečná zkouška**

- Obvykle odpoledne ve stejný den jako obhajoba (pokud se k ní student přihlásil) podle dopředu stanoveného časového harmonogramu.
  1. Student obdrží tři sady otázek (z každého okruhu) a má **jednu hodinu** na přípravu:
    - písemná příprava na papír;
    - u každé otázky se zdržet nejvýše cca 20 minut;
    - ke každé otázce si připravit alespoň něco. . .
  2. Ústní zkoušení „u stolečku“:
    - postupně tři okruhy, u každého 15–20 minut;
    - minimálně (a obvykle právě) dva zkoušející (část komise), oborově odpovídající zkušebnímu okruhu;
    - komentář přípravy na papíře, doplňující otázky zkoušejících, interaktivní proces. . .
  3. **Uzavřené zasedání komise**, kde je rozhodnuto o známce:
    - jedna souhrnná známka z ústní části SZZ;
    - **neprospěl/a** z jednoho okruhu  $\implies$  **neprospěl/a** z ústní části.
  4. Student je seznámen s hodnocením (souhrnnou známkou).

- Nejedná se o „dílčí“ zkoušku;
- Rozlišit velmi důležité věci od méně důležitých a věnovat se jim důkladněji, nezahlcovat se v detailech;
- Důležité nemít velké mezery a být schopen o jakémkoli státnicovém tématu říci alespoň něco;
- Schopnost vidět souvislosti.

- Liší se zkoušející od zkoušejícího. . .
- Ne podrobně složité důkazy, představa o **hlavních krocích** důkazů **důležitých** tvrzení však ano.
- Jednodušší důkazy ano.
- Jednodušší příklady ano.

**K zadané otázce vybrat a uvést ta nejpodstatnější fakta, spolehlivě znát definice základních pojmů a tvrzení nejdůležitějších vět i s předpoklady, být schopen použití pojmů a tvrzení při řešení jednodušších příkladů.**

## Matematická analýza

Konvergence číselných řad; kritéria absolutní a neabsolutní konvergence

- (i) Definujte, co znamená  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k = a$  pro  $a_k \in \mathbb{R}$ .
- (ii) Zformulujte limitní srovnávací kritérium pro konvergenci řad a vyšetřete konvergenci řady  $\sum_{n=1}^{\infty} \log(1 + \frac{1}{n})$ .
- (iii) Zformulujte Bolzanovu-Cauchyovu podmínku pro konvergenci řad a dokažte „větu o souvislosti absolutní konvergence a konvergence“.

## Lineární a obecná algebra

- (i) Jak se definuje dimenze vektorového prostoru? Proč je tato definice korektní?
- (ii) Ilustrujte určení dimenze na příkladě prostoru všech symetrických  $n \times n$  matic.
- (iii) Uveďte příklad vektorového prostoru, který nemá konečnou dimenzi.
- (iv) Jaké význačné podprostory jsou přiřazeny lineárnímu zobrazení  $f: V \rightarrow W$ ?
- (v) Pokud  $V$  má konečnou dimenzi a  $f$  je surjektivní, jakou dimenzi může mít  $W$ ?
- (vi) Co jsou to vlastní podprostory lineárního zobrazení a co se dá říct o jejich dimenzi?

## Stochastika

- (i) Definujte pojmy náhodná veličina, její rozdělení a distribuční funkce.
- (ii) Formulujte větu o hustotě transformace náhodné veličiny.
- (iii) Nechť má náhodná veličina  $X$  exponenciální rozdělení s hustotou  $f(x) = e^{-x}\mathbb{I}[x \geq 0]$ .
  - (a) Určete distribuční funkci  $X$  a ilustруйте na ni základní vlastnosti obecné distribuční funkce náhodné veličiny.
  - (b) Odvoďte hustotu náhodné veličiny  $Y = e^X$ .
  - (c) Určete rozdělení náhodné veličiny  $Z = \mathbb{I}[X < 1]$ .

- Průběh SZZ na stránce garanta programu [Obecná matematika](#)  
<https://www.mff.cuni.cz/cs/math/pro-studenty/bc-prog/bc-om-garant/momp/sbz-new>
- Podrobnější rozpis požadavků k SZZ:
  - [Obecná matematika, Stochastika](#)  
[https://www.mff.cuni.cz/data//users/user\\_791/Bc\\_SZZ-20210924.pdf](https://www.mff.cuni.cz/data//users/user_791/Bc_SZZ-20210924.pdf)
  - [Finanční matematika](#)  
<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kopa/PozadavkySZZBcFinMat2022.pdf>

