

Počítačová algebra - 5. cvičení

24. dubna 2020

Problém 1. At $f, g \in \mathbb{Z}[x]$, $\deg f = n$, $\deg g = n - 1$, takové, že maximální koeficienty f, g jsou a, b .

Dokažte, že koeficienty $f \bmod g$ jsou nejvýše $4ab^2$.

Problém 2. At $f, g \in \mathbb{Z}[x]$, $\deg f = n$, $\deg g = n - 1$, takové, že délky všech jejich koeficientů jsou nejvýše c .

Dokažte, že časová složitost výpočtu $f \bmod g$ je $\mathcal{O}(nc^2)$.

Problém 3. Spočítejte $\text{res}(f, g)$ pro

a) $f = x^2 + x - 2, g = x + 2, f, g \in \mathbb{Z}[x]$,

b) $f = x^2 - 1, g = x^2 + 1, f, g \in \mathbb{Z}[x]$.

Problém 4. Dokažte, že polynom $f \in \mathbb{Q}[x]$ má (ve svém rozkladovém nadtělese) vícenásobný kořen, právě když $\text{res}(f, f') = 0$, kde f' je formální derivace f . Co podmínka $\text{res}(f, f') = 0$ říká pro kvadratické polynomy? (Vyjádřete tuto podmínku pomocí koeficientů obecného kvadratického polynomu.)

Problém 5. At $a, b \in R, f, g \in R[x]$, $\deg f = n$, $\deg g = m$.

Dokažte (z definice, tj. bez Věty 13.4), že $\text{res}(af, bg) = a^m b^n \text{res}(f, g)$.